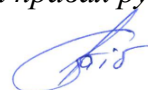


**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
ГОУ «ХУДЖАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА Б. ГАФУРОВА»**

УДК 517.9
ББК 22.161.6
Ф 17

На правах рукописи



ФАЙЗИЕВ МУБИНДЖОН ГАФОРОВИЧ

**ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ
ТРЕХ- И ЧЕТЫРЁХМЕРНЫХ НЕКЛАССИЧЕСКИХ (СОСТАВНЫХ)
СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ
ПРОИЗВОДНЫМИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.3. Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Худжанд – 2026

Работа выполнена в ГОУ «Худжандский государственный университет имени академика Б. Гафурова»

Научные

руководители:

Сафаров Джума Холович

доктор физико-математических наук, профессор

Байзаев Саттор

доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры математических дисциплин и
современного естествознания Таджикского
государственного университета права, бизнеса и
политики

Официальные

оппоненты:

Каримов Олимджон Худойбердиевич

доктор физико-математических наук, заместитель
директора по науке и образованию Института
математики имени академика А. Джураева НАНТ

Шоймкулов Бойтура Махмудбекович

кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры теории функций и математического
анализа Таджикского национального университета

Ведущая

организация:

ГОУ «Бохтарский государственный университет
имени Носира Хусрава»

Защита диссертации состоится 16 октября 2026 г. в 14 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета 6D.KOA-084 при Таджикском государственном университете права, бизнеса и политики по адресу: 735700, г. Худжанд, 17-й мкр-н., д. 1, корпус 5, аудитория 208.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Таджикского государственного университета права, бизнеса и политики, а также на сайте <http://tsulbp.tj>.

Автореферат разослан «___» _____ 2026 г.

Учёный секретарь диссертационного
совета 6D.KOA-084, д.ф.-м.н., доцент



Мухаммади Ш.Ф.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы (предмета) исследования. Уравнения с частными производными (у.ч.п.) неклассического типа с сингулярными коэффициентами составляют важный класс уравнений математической физики. «Дифференциальные уравнения с частными производными, имеющие в каждой точке рассматриваемой области наряду с комплексными характеристиками действительные характеристики, получили название уравнения составного типа. Краевые задачи для таких уравнений изучены разными авторами (Ж. Адамар, О. Сестранд, Р. Девис, А.В. Бицадзе М.С. Салахитдинов, Т.Д. Джураев, Г.И. Эскин, В.Н. Врагова, и др.).

Развитие теории неклассических (составных) систем уравнений берет свое начало в 60-е годы XX века работами таджикского математика А. Джураева, где были впервые поставлены и исследованы граничные задачи для систем уравнений первого порядка составного типа с двумя независимыми переменными. В его книге «Системы уравнений составного типа» (М.: Наука, 1972) был разработан метод сингулярных интегро-функциональных уравнений, с помощью которого была построена теория нормальной разрешимости и вычислены индексы задач через их коэффициенты. Дальнейшие исследования по граничным задачам для систем составного типа с двумя независимыми переменными проводились в работах Л. Вольферсдорфа, Ц. Видица, Д. Муртазаева, С. Муллоева, А. Сангинова и других авторов. Однако в многомерном случае такие системы очень мало изучены, если не считать рассмотрения отдельных систем уравнений в полупространстве, в цилиндрической области, а также отдельных систем для областей типа слоя (А. Джураев, А. Янушаускас, П. Берхин, З. Дубля и др.). При исследовании многомерных неклассических систем возникают новые моменты, вызываемые не только трудностями технического характера» [8]. Следует отметить, что вырождающиеся неклассические системы в трехмерных областях изучены сравнительно мало, а в четырехмерных областях почти не изучены. Для таких случаев нет развитой теории и неполно разработана методологическая основа. Ранее известные методы для двумерных областей не подходят для исследования вырождающихся неклассических систем более высокой размерности. В связи с этим возникает необходимость исследования названных систем, краевых задач для трехмерных и четырехмерных областей и разработка новых методов исследования. Важность рассматриваемой проблемы заключается в том, что эти проблемы охватывают ряд задач по системам у.ч.п., встречающиеся в прикладных задачах, в том числе уравнения ЭПД в эллиптических и гиперболических случаях.

Степень изученности научной темы. Во второй половине XX века с развитием техники и физики в бывшем Советском Союзе и за рубежом многие

крупные математики начали исследовать так называемые вырождающиеся уравнения. Ярким примером являются исследования М.В. Келдыша [3], Л.Д. Кудрявцева [4] и др. Ныне теория вырождающихся уравнений с частными производными классического типа (эллиптического и гиперболического) хорошо разработана (см. например, работы Векуа И.М. [11], Смирнова М.М. [9], Михайлова Л.Г. [5], Усманова З.Д. [10], Раджабова Н.Р. [6], Бойматова К.Х. [1], Исмокова С.А. [2] и др.). Однако вырождающиеся неклассические уравнения и, тем более, вырождающиеся системы неклассического типа до сих пор не исследованы. В этой связи весьма актуальным является вопрос развития теории многомерных неклассических систем уравнений, вырождающихся на границе области.

Данная диссертация посвящена исследованию вырождающихся неклассических (составных) систем у.ч.п. первого порядка в ограниченных и неограниченных областях трёх- и четырёхмерного пространства с разными характерами вырождения на границах областей.

Связь исследования с программами (проектами) и научной тематикой. Данная работа выполнена в рамках реализации плана научно-исследовательских работ кафедры информатики и вычислительной математики и кафедры математического анализа имени профессора А. Мухсинова математического факультета ГОУ “Худжандский государственный университет имени академика Бободжона Гафурова” на период 2021 – 2025 гг. по теме «Исследование классов обыкновенных дифференциальных уравнений с особенностями, разрешимость переопределенных систем дифференциальных уравнений в различных функциональных пространствах, применение групп и алгебры Ли в дифференциальных уравнениях».

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Цель исследования. Этой целью являются исследования краевых задач для трёх- и четырёхмерных вырождающихся составных систем у.ч.п. первого порядка. В неограниченных областях типа полупространства исследовать начально-краевые и видоизменённые начально-краевые задачи, а в ограниченных областях исследовать смешанные и граничные задачи типа задачи Римана-Гильберта.

Задачи исследования. В связи с поставленной целью исследуются следующие задачи:

- на основе модельной неклассической системы у.ч.п. первого порядка создать вырождающиеся системы у.ч.п. в трёхмерных и четырёхмерных областях с разными характерами вырождения на границах областей;
- найти формулы для выражения общего решения созданных систем;

- получить теоремы разрешимости краевых задач с начальными и начально-краевыми условиями для рассматриваемых систем в ограниченных и неограниченных трёхмерных и четырёхмерных областях;
- получить утверждения касательно нётеровости задачи Римана-Гильберта и найти индекс задач для выше указанных систем и систем у.ч.п. с младшими членами;
- установить однозначную разрешимость смешанных задач для модельных и вырождающихся неклассических систем у.ч.п. в произвольных (ограниченных и неограниченных) областях четырёхмерного пространства и выписать явную формулу решения.

Объект исследования. Объектом исследования являются трёх- и четырёхмерные вырождающиеся неклассические (составные) системы дифференциальных у.ч.п. первого порядка.

Предмет исследования. Предметом исследования являются установление теорем о разрешимости и получение формул для решений, рассматриваемых вырождающихся неклассических (составных) систем у.ч.п. первого порядка в пространстве трёх и четырёх независимых переменных.

Теоретические основы исследования. Теоретическими основами исследования являются теория краевых и начально-краевых задач для у.ч.п. эллиптического и гиперболического типов, теория гармонических, аналитических и специальных функций, теория преобразования Фурье и принципы функционального анализа. На основе этих теорий в диссертации разработаны методы исследования краевых задач для новых, ранее неизученных классов уравнений неклассического типа с вырождениями.

Научная новизна. Основные новые результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

- установлены теоремы единственности решений задачи Коши в полупространстве $R_+^3 = \{(x, y, z): (x, y) \in R^2, z > 0\}$ для уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу (EPD) и задачи Дирихле в полупространстве R_+^3 для уравнения гидродинамической осесимметрической теории потенциала (GASPT);
- на основе модельной неклассической системы у.ч.п. первого порядка созданы вырождающиеся системы у.ч.п. в трёхмерных и четырёхмерных областях с разными характерами вырождения на границах областей;
- найдены формулы для выражения общего решения полученных систем через решения уравнений Лапласа, EPD и GASPT;
- получены теоремы существования и формулы решений смешанных краевых задач в R_+^3 для вырождающихся составных систем четырех у.ч.п.
- получены утверждения касательно нётеровости задачи Римана-Гильберта и найдены индекс задач для выше указанных систем;

- установлена нётеровость задачи типа задачи Римана-Гильберта в ограниченных трёхмерных областях для неклассических систем уравнений с младшими членами и найден индекс задачи;

- доказаны теоремы существования решений и найдены формулы решений краевых задач в полупространстве $R_+^4 = \{(t, x, y, z): (t, x, y) \in R^3, z > 0\}$, в двугранном угле $E = \{(t, x, y, z): y > 0, z > 0\}$ и в ограниченной области из R_+^4 с участком границы на гиперплоскости $z = 0$ для вырождающихся неклассических систем четырех уравнений первого порядка с четырьмя независимыми переменными;

- установлена теорема о фредгольмовости начально-краевых задач для неклассических систем четырех уравнений с младшими членами.

Положения, выносимые на защиту. В процессе проведенных исследований диссертантом, на основе современных методов теории у.ч.п., вещественного, комплексного и функционального анализа и теории сингулярных интегральных уравнений, получены новые результаты, которые выносятся на защиту и кратко формулируются следующим образом:

- доказаны, что задача Коши для уравнения EPD и первая краевая задача в R_+^3 для уравнения GASPT имеют единственное решение и получены формулы решений;

- доказаны, что для систем вырождающихся четырех у.ч.п. неклассического типа смешанная задача в полупространстве R_+^3 разрешима и задача Римана-Гильберта для этих систем, а также систем с младшими членами является нётеровой и получены формулы индекса;

- доказаны, что начально-краевые задачи в областях из R^4 для систем вырождающихся четырех у.ч.п. неклассического типа разрешимы и построены формулы решений, а также установлены теоремы о фредгольмовости начально-краевых задач для вырождающихся неклассических систем четырех уравнений с младшими членами.

Теоретическая и практическая значимость исследования. Исследования, проведённые в данной диссертации, имеют в основном теоретический характер. Результаты диссертации и развитые в ней методы могут найти применение в исследованиях по теории неклассических (составных) систем дифференциальных уравнений с частными производными в ограниченных и неограниченных многомерных областях.

Материалы данной диссертации могут быть использованы при исследовании краевых задач для у.ч.п., встречающиеся в прикладных науках, таких как физика, механика, гидродинамика, а также при чтении специальных курсов для студентов старших курсов, магистрантов и докторантов вузов, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика» и «Механика».

Степень достоверности результатов диссертации. В диссертации все утверждения, леммы, теоремы и формулы о вырождающихся неклассических системах и краевых задачах строго математически доказаны с применением современных научных теорий и методов вещественного, комплексного и функционального анализа, качественных и аналитических методов теории дифференциальных уравнений, ряд положений подтверждаются исследованиями других учёных, проведенными в частных случаях.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Диссертационная работа выполнена по специальности 1.1.3. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Она относится к составной части этой специальности – уравнения с частными производными и полностью соответствует формуле специальности пунктам 1, 2, 3 и 5 области исследований:

1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

2. Начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

3. Качественная теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

5. Аналитическая теория дифференциальных уравнений.

Глава 2 соответствует пунктам 1 и 2, в том числе параграф 2.2 – пункту 1, параграфы 2.3 – 2.5 пункту 2. Глава 3 соответствует пунктам 2, 3 и 5, в том числе параграф 3.1 – 3.3 пунктам 2 и 3, параграф 3.4 пунктам 2 и 5.

Личный вклад соискателя ученой степени в подготовке диссертации. Выбор темы и направление диссертационного исследования осуществлены соискателем по согласованию с научным руководителем. Все теоремы о разрешимости краевых задач и формулы решений доказаны лично соискателем. Содержание диссертации и основные результаты, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора. Все приведенные в разделе “Научная новизна” результаты исследования получены лично диссертантом. В совместных работах постановка задачи предложены руководителем, полученные теоремы и формулы установлены диссертантом. Оформление результатов исследования к печати и их апробация выполнены самостоятельно соискателем.

Апробация и внедрение. Основные положения и результаты докладывались на следующих конференциях:

- международная научная конференция «Современные проблемы теории дифференциальных уравнений и математического анализа», посвящённая 80-летию академика НАНТ Джураева А.Д. (Душанбе, 07-08 декабря 2012 г.);

- научная конференция XI Школы молодых учёных «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы современного анализа и информатики» (Кабардино-Балкарская Республика, п. Терскол 4 – 8 декабря 2013 г.);
- международная научная конференция «Современные проблемы математики и её преподавания», посвященная 20-летию Конституции Республики Таджикистан и 60-летию учёных математиков А. Мухсинова, А.Б. Назимова, С. Байзаева, Д. Осимовой, К. Тухлиева (Худжанд, 28 - 29 июня 2014 г.);
- республиканские научные конференции с участием зарубежных учёных «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» и «Современные методы математической физики и их приложения» (Ташкент, Узбекистан, 23 - 25 октября 2014 г. и 15 - 17 апреля 2015 г.);
- республиканская научно-теоретическая конференция «Актуальные проблемы современной математики и её преподавания» (Душанбе, 20 декабря 2014 г.);
- VIII International research and practice conference «Science and Education» (Munich - Germany, March 19th – 20th, 2015);
- международная научная конференция «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений», посвящённая 80-летию члена-корреспондента НАНТ Стеценко В.Я. (Душанбе, 27-28 апреля 2015 г.);
- республиканская научно-теоретическая конференция «Современные проблемы прикладной математики и её роль в развитии технического мышления молодёжи», посвященная 30-летию Государственной независимости Республики Таджикистан и “Двадцатилетие обучения и развития естественных, точных и математических наук в области науки и образования” (Худжанд, 29-30 ноября 2021 г.);
- международная научно-практическая конференция “О применении дифференциальных уравнений в решении практических задач” (Душанбе, 4 ноября 2021 г.);
- VII International scientific conference “Modern problems of applied Mathematics and Information Technologies Al-Khwarizmi 2021” dedicated to the 100th anniversary of the academician Kabulov V.K. (Fergana- Uzbekistan, November 15th-17th, 2021).

Публикации по теме диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в 18 статьях и трудах международных и республиканских научных конференций, в том числе 7 из них в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан. Из совместных работ в диссертацию включены результаты, полученные лично соискателем.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы, содержащего 143 источников. Объём диссертации составляет 148 страниц компьютерного набора. Для обозначения формул, теорем и следствий применяется двойная нумерация, в которой первый номер совпадает с номером главы, второй указывает порядковый номер формул, теорем или следствий в данной главе.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Материал и методы исследования. Материалом научной работы является исследование краевых задач для вырождающихся неклассических (составных) систем дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка в пространстве трёх и четырёх независимых переменных. При исследовании рассматриваемых в диссертации задач использовались аналитические методы теории дифференциальных уравнений с частными производными, методы теории функций комплексного переменного, теории матриц и функционального анализа.

Результаты научного исследования. Во введении изложена актуальность темы диссертационной работы, степень научной разработанности изучаемой проблемы, связь исследования с научными программами (проектами) и темами и общая характеристика исследования.

Первая глава диссертации состоит из двух параграфов (1.1 - 1.2) и посвящена обзору литературы, примыкающих к теме диссертации. В 1.1 приводится обзор литературы по системам у.ч.п. составного типа, а в 1.2 даётся обзор литературы, посвящённых системам у.ч.п., имеющие вырождения.

Глава 2 (2.1 - 2.5) посвящена изучению и анализу краевых задач для систем у.ч.п. с тремя независимыми переменными, имеющие разнообразные вырождения.

Параграф 1.2 является вспомогательным и в нем приведены основные понятия, формулы и утверждения, используемые в диссертации.

Во втором параграфе главы 2 выводятся формулы представления общего решения рассматриваемых в данной главе неклассических систем уравнений через решения уравнений более высокого (второго) порядка.

В третьем параграфе главы 2 рассматриваются начально-краевые задачи (задачи I и II) для систем уравнений

$$\begin{aligned} u_x + v_y - z^p w_z &= 0, & s_x - v_z + w_y &= 0, \\ s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z - u_y + v_x &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

характеристический определитель которой имеет вид

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)[\xi_1^2 + \xi_2^2 - z^p \xi_3^2].$$

где $p \in (3/2, 2)$ и

$$\begin{aligned} u_x + v_y - w_z &= 0, & z^p s_x - v_z + w_y &= 0, \\ z^p s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z + z^q (v_x - u_y) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

с характеристическим определителем

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -[z^{p+q}(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \xi_3^2][\xi_1^2 + \xi_2^2 - \xi_3^2],$$

где p, q - числа, одновременно не равные нулю и удовлетворяющие неравенствам $p + q + 2 > 0, q > -1$. Из характеристических определителей систем (1) и (2), следует, что при $z > 0$ обе эти системы являются неклассическими (составными) системами, а при $z = 0$ характеристически вырождаются.

В полупространстве $R_+^3 = \{(x, y, z): (x, y) \in R^2, z > 0\}$ с границей $\Gamma = \{z = 0\}$ рассмотрены:

Задача I. Найти решение (s, u, v, w) системы (1) из класса $C^1(R_+^3)$, удовлетворяющее условиям

$$s|_{\Gamma} = f(x, y), \quad (3)$$

$$w|_{z=0} = g(x, y), \quad w_z = O(z^{-p/2}) \text{ при } z \rightarrow 0, \quad (4)$$

при некотором $z_0 > 0$ функции $u(x, y, z_0)$ и $v(x, y, z_0)$ - ограниченные, а заданные функции $f(x, y)$ - ограниченная функция из $C(R^2)$, $g(x, y) \in C^3(R^2)$, причём $|\nabla g|$ принадлежит $L_{q,2}(R^2)$, $q > 2$.

Задача II. Найти решение (s, u, v, w) системы (2) из класса $C^1(R_+^3)$, удовлетворяющее условию (3), первому условию (4) и

$$w_z|_{z=0} = h(x, y),$$

при некотором $z_0 > 0$ функции $u(x, y, z_0)$ и $v(x, y, z_0)$ - ограниченные, а заданные функции $f \in C(R^2)$, $g \in C^3(R^2)$, $h \in C^2(R^2)$, причем $f(x, y)$ - ограниченная, $h \in L_{r,2}(R^2)$, $r > 2$.

«Под регулярным решением системы подразумевается непрерывное вплоть до границы, дважды дифференцируемое в R_+^3 решение (s, u, v, w) с ограниченной

в R_+^3 компонентой s (соответственно для $z > 0$ $s(x, y, z) \rightarrow 0$ при $x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty$)» [2-А]. В этом параграфе получены следующие теоремы:

Теорема 2.5. Пусть порядок вырождения p в системе (1) удовлетворяет условию $3/2 < p < 2$. Тогда для любых функций $f(x, y) \in C(R^2)$, $g(x, y) \in C^3(R^2)$, причём $f(x, y)$ – ограниченная и $|\nabla g| \in L_{q,2}(R^2)$, $q > 2$, задача I имеет регулярное решение, определяемое с точностью до произвольной постоянной.

Теорема 2.6. Пусть в системе (2) постоянные p и q одновременно не равны нулю и $p + q + 2 > 0$, $q > -1$. Тогда для любых функций $f \in C(R^2)$, $g \in C^3(R^2)$, $h \in C^2(R^2)$, причём $f(x, y)$ – ограниченная и $h \in L_{r,2}(R^2)$, $r > 2$, задача II имеет решение из класса $C^1(R_+^3)$.

В параграфе 2.4 изучены следующие системы у.ч.п.:

$$\begin{aligned} u_x + v_y - z^m w_z &= 0, & z^\mu s_x - v_z + z^m w_y &= 0, \\ z^\mu s_y + u_z - z^m w_x &= 0, & z^\mu s_z - u_y + v_x &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

при $\mu > 1$, $m > 3$, а также вида

$$\begin{aligned} z^m(u_x + v_y) - w_z &= 0, & z^n(s_x + w_y) - v_z &= 0, \\ z^n(s_y - w_x) + u_z &= 0, & s_z + z^p(v_x - u_y) &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где числа m, n, p подчинены следующим условиям: $p > -1$, $m + n + 2 > 0$, $n + 2m + 3 < 0$. Характеристические определители этих систем равны

$$\chi_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -z^{\mu+m}(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)(\xi_1^2 + \xi_2^2 - \xi_3^2)$$

и

$$\chi_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -[z^{n+p}(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \xi_3^2][z^{n+m}(\xi_1^2 + \xi_2^2) - \xi_3^2].$$

Следовательно, обе системы во всём полупространстве R_+^3 являются неклассическими, а при $z = 0$ вырождаются. Для систем (5), (6) исследованы следующие видоизменённые начально-краевые задачи.

Задача III. Найти в полупространстве R_+^3 решение (s, u, v, w) класса $C^2(R_+^3) \cap C(\overline{R_+^3})$ системы (5), удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow 0} z^{\mu-1} s(x, y, z) &= g_1(x, y) \\ w(x, y, z)|_{z=0} &= g_2(x, y), \quad w_z(x, y, z)|_{z=0} = 0, \end{aligned}$$

при некотором $z_0 > 0$ функции $u(x, y, z_0)$ и $v(x, y, z_0)$ – ограниченные, а заданные функции $g_1(x, y)$ и $g_2(x, y)$ из классов $C(R^2)$ и $C^2(R^2)$ соответственно, причем $g_1(x, y)$ – ограниченная и $|\nabla g_2|$ принадлежит $L_{t,2}(R^2)$, $t > 2$.

Задача IV. Найти регулярное в полупространстве R_+^3 решение (s, u, v, w) системы (6), удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} s(x, y, z)|_{z=0} &= b_1(x, y), \\ w(x, y, z)|_{z=0} &= b_2(x, y), \quad w_z(x, y, z) = O\left(z^{\frac{n+m}{2}}\right) \text{ при } z \rightarrow 0, \end{aligned}$$

при некотором $z_0 > 0$ функции $u(x, y, z_0)$ и $v(x, y, z_0)$ – ограниченные, а заданные функции $b_1(x, y) \in C(R^2)$, $b_2(x, y) \in C^2(R^2)$, причем $b_1(x, y)$ – ограниченная и $|\nabla b_2|$ принадлежит $L_{t,2}(R^2)$, $t > 2$.

Основными результатами данного параграфа являются следующие теоремы.

Теорема 2.7. Пусть $\mu > 1, t > 3$ и заданные функции

$$g_1(x, y) \in C(R^2), \quad g_2(x, y) \in C^2(R^2),$$

причем $g_1(x, y)$ – ограниченная и $|\nabla g_2|$ принадлежит $L_{t,2}(R^2)$, $t > 2$. Тогда задача III разрешима и её решение определяется с точностью до произвольной постоянной.

Теорема 2.8. Пусть $p > -1, n + p + 2 > 0, n + 2t + 3 < 0$ и заданные функции

$$b_1(x, y) \in C(R^2), \quad b_2(x, y) \in C^2(R^2),$$

причем $b_1(x, y)$ – ограниченная и $|\nabla b_2|$ принадлежит $L_{t,2}(R^2)$, $t > 2$. Тогда задача IV разрешима и её решение определяется с точностью до произвольной аналитической функции.

Пусть $\Omega = \{(x, y, z): z > 0, (x, y) \in G \subset R^2\}$ – цилиндр с боковой поверхностью $H = \{(x, y, z): z > 0, (x, y) \in \Sigma = \partial G\}$ и границей $\Gamma = H \cup G$.

В параграфе 2.5 (п. 2.5.1) для системы у.ч.п. (1), где $p < 1$, рассмотрена [2-А]:

Задача V. Найти решение (s, u, v, w) системы (1) из класса $C^1(\Omega)$, удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} s|_{z=0} &= f(x, y), \quad s|_H = 0, \quad s(x, y, \infty) = 0, \\ w|_{z=0} &= \eta(x, y), \quad \lim_{z \rightarrow 0} z^p w_z = \theta(x, y), \quad w|_H = 0, \end{aligned}$$

$$(au + bv)|_{\Sigma} = g(x, y),$$

здесь $f \in C^1_v(\overline{G})$, $\eta \in C^4(\overline{G})$, $\theta \in C^3(\overline{G}) \cap C^1_v(\overline{G})$, $a, b, g \in C_v(\Sigma)$, $f(x, y)|_{\Sigma} = \eta(x, y)|_{\Sigma} = 0$, $a^2 + b^2 \neq 0$.

Доказано, что задача **V** нётерова и её индекс равен индексу функции $\bar{\lambda}(\zeta) = b(\zeta) - ia(\zeta)$ на границе G (теорема 2.9).

Замечание – «Аналогично исследуется задача типа задачи **V** и для вырождающейся неклассической системы вида

$$\begin{aligned} z^p(u_x + v_y) - w_z &= 0, & s_x - v_z + w_y &= 0, \\ s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z - u_y + v_x &= 0 \end{aligned}$$

» [2-A].

В п. 2.5.2 для системы у.ч.п.

$$\begin{aligned} w_z - u_x - v_y + u - v &= 0, \\ v_z - z^p s_x - z^q w_y + z^p s + z^q w &= 0, \\ u_z + z^p s_y - z^q w_x + z^p s - z^q w &= 0, \\ s_z + v_x - u_y + u + v &= 0, \end{aligned} \tag{7}$$

характеристический определитель которой имеет вид

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -[z^p(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \xi_3^2][z^q(\xi_1^2 + \xi_2^2) - \xi_3^2],$$

где p, q - любые положительные числа, изучена:

Задача VI. Найти решение (s, u, v, w) системы (7) из класса $C^1(\Omega)$, удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} s|_{z=0} &= f_0(x, y), & s|_H &= 0, & s(x, y, \infty) &= 0, \\ w|_{z=0} &= g_0(x, y), & w_z|_{z=0} &= h(x, y), & w|_H &= 0, \\ (\alpha u + \beta v)|_{\Sigma} &= \gamma(x, y), \end{aligned}$$

где $f_0 \in C^1_v(\overline{G})$, $g_0 \in C^4(\overline{G})$, $h \in C^3(\overline{G}) \cap C^1_v(\overline{G})$, $\alpha, \beta, \gamma \in C_v(\Sigma)$, причем $f_0|_{\Sigma} = g_0|_{\Sigma} = 0$ и $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

Доказано, что задача **VI** нётерова и её индекс равен индексу функции $\bar{a}(\zeta) = \alpha - i\beta$ на границе G (теорема 2.10).

Пусть $\Omega = \{(x, y, z): x^2 + y^2 < a^2, 0 < z < h\}$ - круговой цилиндр радиуса a , с границей Γ и основанием G .

В пункте 2.5.3 данного параграфа для неклассической системы

$$\begin{aligned} u_x + v_y - (x^2 + y^2)^p w_z &= 0, & s_x + w_y - v_z &= 0, \\ s_y - w_x + u_z &= 0, & s_z + v_x - u_y &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

с характеристическим определителем

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)[\xi_1^2 + \xi_2^2 - (x^2 + y^2)^p \xi_3^2],$$

где p - произвольное вещественное число, изучена задача:

Задача VII. Найти решение (s, u, v, w) системы (8) из класса $C^1(\Omega)$, удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} s|_\Gamma &= f_1(x, y, z), \\ w|_{z=0} &= g_1(x, y), \quad w_z|_{z=0} = g_2(x, y), \quad w|_\Sigma = 0, \\ v(x, y, 0)|_\gamma &= q(x, y), \end{aligned} \quad (9)$$

где Σ - боковая поверхность цилиндра, γ - окружность $x^2 + y^2 = a^2$, $f_1 \in C(\Gamma)$, $g_1, g_2 \in C^2(\overline{G})$, $q \in C^1_v(\overline{G})$, причем $g_1|_\gamma = 0$.

Ищется решение в классе непрерывных в замкнутом цилиндре $\overline{\Omega}$ функций и ограниченное вблизи оси Oz .

Справедливо следующее утверждение

Теорема 2.11. Задача VII в круговом цилиндре Ω всегда разрешима и её решение находится с точностью до произвольного постоянного слагаемого, входящего в функции $u(x, y, z)$.

Пусть $\Omega = \{(x, y, z): (x, y) \in G \subset R^2, 0 < z < \gamma(x, y)\}$ - ограниченная односвязная область пространства R^3 , где G - участок плоскости $z = 0$ и $\gamma \in C^1(G)$ - поверхность Ляпунова. С помощью $\Gamma = \partial\Omega = \gamma \cup G$ обозначим всю границу области Ω , а через $\Sigma = \gamma \cap G$ - линию пересечения поверхности γ и участка G .

В пункте 2.5.4 изучена:

Задача VIII. Найти решение (s, u, v, w) системы (7) из класса $C^1(\Omega)$, удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} s(x, y, z)|_\Gamma &= b_4(x, y, z), \\ w(x, y, z)|_{z=0} &= \tilde{b}_5(x, y), \quad w_z(x, y, z)|_{z=0} = \tilde{b}_6(x, y), \\ (\alpha u + \beta v)|_\Sigma &= g(x, y), \end{aligned}$$

где $b_4, \tilde{b}_5, \tilde{b}_6$ - заданные достаточно гладкие функции, $\alpha, \beta, g \in C_\nu(\Sigma), \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

Доказано, что задача **VIII** нётерова и её индекс равен индексу функции $\bar{a}(\zeta) = \alpha(\zeta) - i\beta(\zeta)$ на границе области G (теорема 2.12).

Замечание - Аналогичный результат можно получить для следующих систем уравнений

$$\begin{aligned} w_z - u_x - v_y + u - v &= 0, & v_z - z^p s_x - w_y + z^p s + w &= 0, \\ u_z + z^p s_y - w_x + z^p s - w &= 0, & s_z + v_x - u_y + u + v &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_z - u_x - v_y + u - v &= 0, & v_z - s_x - z^q w_y + s + z^q w &= 0, \\ u_z + s_y - z^q w_x + s - z^q w &= 0, & s_z + v_x - u_y + u + v &= 0. \end{aligned}$$

По аналогии с [7] в **пункте 2.5.5** для системы (1) рассмотрим начально – краевую задачу. «Пусть теперь Ω - характеристический конус, основание которого G является ограниченной областью плоскости $z = 0$.

Для системы (1) рассмотрена следующая задача

Задача IX. Найти в конусе Ω решение системы (1), удовлетворяющее граничным условиям

$$\begin{aligned} s(x, y, z)|_{\partial\Omega} &= f(x, y, z), \\ u(x, y, z)|_{\partial G} &= h(x, y) \quad (\text{или} \quad v(x, y, z)|_{\partial G} = h) \end{aligned}$$

и начальным условиям

$$w(x, y, z)|_{z=0} = \eta(x, y), \quad w_z(x, y, z)|_{z=0} = \sigma(x, y),$$

где заданные функции $f \in C(\partial\Omega), h \in C^1(\bar{G}), \eta, \sigma \in C^2(G)$ » [7].

Справедлива следующая

Теорема 2.13. Задача **IX** разрешима, причем решение определяется с точностью до произвольной постоянной, входящей в функции $v(x, y, z)$ (или в $u(x, y, z)$).

В главе 3 (3.1-3.4) рассматриваются краевые задачи для систем у.ч.п. с четырьмя независимыми переменными.

В первом параграфе главы 3 (п. 3.1.1) рассматривается следующая модельная неклассическая система

$$\begin{aligned}
s_t - u_x - v_y + w_z &= 0, \\
s_x + u_t - v_z + w_y &= 0, \\
s_y + u_z + v_t - w_x &= 0, \\
s_z - u_y + v_x + w_t &= 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Характеристический определитель системы (10) имеет вид

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)(\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 - \xi_3^2).$$

В полупространстве $R_+^4 = \{(t, x, y, z): (t, x, y) \in R^3, z > 0\}$ с границей $\Gamma = \{z = 0\}$ изучена:

Задача X. Найти решение (s, u, v, w) системы (10) из класса $C^1(R_+^4)$, удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned}
w(t, x, y, z)|_{z=0} &= f(t, x, y), \quad w_z(t, x, y, z)|_{z=0} = g(t, x, y), \\
s(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_1(t, x, y), \\
u(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_2(t, x, y), \\
v(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_3(t, x, y),
\end{aligned}$$

здесь функции $f(t, x, y) \in C^3(\Gamma)$, $g(t, x, y) \in C^2(\Gamma)$, а функции $h_1(t, x, y), h_2(t, x, y), h_3(t, x, y) \in C(\Gamma)$.

Результатом этого параграфа является

Теорема 3.1. Задача X однозначно разрешима.

Получена явная формула для этой задачи.

Далее, в п. 3.1.2 в двугранном угле $E: \{y > 0, z > 0\}$ для более общей системы вида

$$\begin{aligned}
z^m(s_t - u_x - v_y) + w_z &= 0, \\
s_x + u_t - v_z + w_y &= 0, \\
s_y + u_z + v_t - w_x &= 0, \\
s_z - u_y + v_x + w_t &= 0
\end{aligned} \tag{11}$$

с характеристическим определителем

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)(z^m[\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2] - \xi_3^2)$$

исследуется видоизменённая начально-краевая задача.

Задача XI. Найти решение (s, u, v, w) системы (11) из класса $C^1(E)$, убывающее на бесконечности и удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} k \lim_{z \rightarrow 0} z^{-(1+m)} w(t, x, y, z) &= \tilde{f}(t, x, y), \\ w(t, x, y, z)|_{y=0} &= g(t, x, z), \quad w_y(t, x, y, z)|_{y=0} = h(t, x, z), \\ U(t, x, y, z)|_{z=0} &= b(t, x, y), \end{aligned}$$

где $\tilde{f}(t, x, y) \in C^1(\Gamma)$, $g(t, x, z) \in C^3(\Gamma')$, $h(t, x, z) \in C^2(\Gamma')$, $b(t, x, y) \in C(\Gamma)$, а $k = \left(\frac{2+m}{2}\right)^{\frac{2m+2}{m+2}}$, $\Gamma = \{z = 0\}$, $\Gamma' = \{y = 0\}$.

Установлена, следующая

Теорема 3.2. Задача XI в двугранном угле E всегда разрешима и её решение представляется в явном виде.

Далее, в п. 3.1.3 для системы у.ч.п. [13-A]

$$\begin{aligned} s_t - u_x - v_y + z^p w_z &= 0, \\ s_x + u_t - z^p v_z + w_y &= 0, \\ s_y + z^p u_z + v_t - w_x &= 0, \\ z^p s_z - u_y + v_x + w_t &= 0, \end{aligned} \tag{12}$$

где $p > 0$ с характеристическим определителем

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + z^{2p} \xi_3^2)(\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 - z^{2p} \xi_3^2)$$

изучена:

Задача XII. Найти решение (s, u, v, w) системы (12) из класса $C^1(R_+^4)$, удовлетворяющее условиям:

$$\begin{aligned} w(t, x, y, z)|_{z=0} &= f(t, x, y), \quad \lim_{z \rightarrow 0} z^p w_z(t, x, y, z) = g(t, x, y), \\ s(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_1(t, x, y), \\ u(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_2(t, x, y), \\ v(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_3(t, x, y), \end{aligned}$$

где функции $f(t, x, y) \in C^3(\Gamma)$, $g(t, x, y) \in C^2(\Gamma)$, а функции $h_1(t, x, y)$, $h_2(t, x, y)$, $h_3(t, x, y) \in C(\Gamma)$.

Получено следующее утверждение.

Теорема 3.3. *Задача XII однозначно разрешима.*

Получена явная формула для этой задачи.

Пусть $\Omega \subset R^4$ - односвязная область, ограниченная в полупространстве $z > 0$ поверхностью Ляпунова γ и участком G гиперплоскости $z = 0$, причём поверхность γ однозначно проектируется на G . Пусть $\Gamma = G \cup \gamma$.

В параграфе 3.2 в области Ω для системы (12) рассмотрена следующая задача.

Задача XIII. *Найти регулярное решение (s, u, v, w) системы (12) в области Ω , удовлетворяющее условиям*

$$w(M, z)|_{z=0} = f(M), \lim_{z \rightarrow 0} z^p w_z(M, z) = g(M)$$

$$s|_{\Gamma} = \phi_1(M, z), u|_{\Gamma} = \phi_2(M, z), v|_{\Gamma} = \phi_3(M, z),$$

где $M = (t, x, y)$, функции $f(M) \in C^3(G)$, $g(M) \in C^2(G)$, $\phi_1, \phi_2, \phi_3 \in C^1(\Gamma)$.

Справедлива, следующая

Теорема 3.4. *Задача XIII в области Ω однозначно разрешима и её решение представляется в явном виде.*

Через Ω обозначим односвязную ограниченную область: $\{(t, x, y, z): t \in R^1, (x, y) \in G, 0 < z < \varphi(x, y)\}$, где $\varphi \in C^1(G)$ - поверхностью Ляпунова, а G - ограниченная область в R^2 . С помощью $\Gamma = G \cup \varphi$ обозначим всю границу области.

В параграфе 3.3 рассматривается система вида (10) с младшими членами

$$\begin{aligned} s_t - u_x - v_y + w_z &= a_{11}s + a_{12}u + a_{13}v + a_{14}w, \\ s_x + u_t - v_z + w_y &= a_{21}s + a_{22}u + a_{23}v + a_{24}w, \\ s_y + u_z + v_t - w_x &= a_{31}s + a_{32}u + a_{33}v + a_{34}w, \\ s_z - u_y + v_x + w_t &= a_{41}s + a_{42}u + a_{43}v + a_{44}w. \end{aligned} \tag{13}$$

Задача XIV. *Найти регулярное решение (s, u, v, w) системы (13) в области Ω , удовлетворяющее условиям*

$$\begin{aligned} w(t, x, y, z)|_{z=0} &= f_1(t, x, y), \quad w_z(t, x, y, z)|_{z=0} = f_2(t, x, y), \\ U(t, x, y, z)|_{\Gamma} &= 0, \end{aligned}$$

где $f_1(t, x, y)$, $f_2(t, x, y)$ - заданные достаточно гладкие функции, $U = (s, u, v)$.

Имеет место следующее утверждение.

Теорема 3.5. Пусть матрица коэффициентов при младших членах системы (13) имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} -k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ -k_2 & -k_1 & k_4 & -k_3 \\ -k_3 & -k_4 & -k_1 & k_2 \\ -k_4 & k_3 & -k_2 & k_1 \end{pmatrix}$$

и область Ω достаточно мала. Тогда задача **XIV** является фредгольмовой.

В пункте 3.4.1 параграфа 3.4 в полупространстве $R_+^4 = \{(t, X): t > 0, X \in R^3\}$ с границей $\Gamma = \{t = 0\}$ рассматривается система

$$\begin{aligned} s_t + u_x + v_y + w_z &= 0, \\ s_x + u_t + v_z - w_y &= 0, \\ s_y - u_z + v_t + w_x &= 0, \\ s_z + u_y - v_x + w_t &= 0, \end{aligned}$$

или в векторной форме

$$\begin{aligned} s_t + \operatorname{div} U &= 0, \\ \operatorname{grad} s + U_t - \operatorname{rot} U &= 0, \end{aligned} \tag{14}$$

где $U = (u, v, w)$, операции grad , div и rot по переменным x, y, z .

Через $\mathcal{M}$ обозначим класс функций (или вектор-функций) $C^2(R_+^4) \cap C^1(\bar{R}_+^4)$. Для системы (14) рассмотрена следующая задача

Задача XV. Найти решение (s, U) системы (14) из класса $\mathcal{M}$, удовлетворяющее условиям:

$$\begin{aligned} s(0, X) &= s_0(X), \\ s_t(0, X) &= s_1(X), \\ U(0, X) &= U_0(X) \text{ и } \lim_{|x| \rightarrow \infty} U(t, X) = 0, t \geq 0. \end{aligned}$$

При условии, что функции $s_0(X)$, $s_1(X)$ и вектор-функция $U_0(X)$ гладкие и удовлетворяют определенным дополнительным условиям, получены формулы, дающие классическое решение задачи **XV**.

В пункте 3.4.2 рассмотрена более общая чем (14) система [6-A]:

$$\begin{aligned}
a(t)s_t + u_x + v_y + w_z &= 0, \\
s_x + a(t)u_t + v_z - w_y &= 0, \\
s_y - u_z + a(t)v_t + w_x &= 0, \\
s_z + u_y - v_x + a(t)w_t &= 0,
\end{aligned} \tag{15}$$

где $a(t)$ такая непрерывная на $R_+ = [0, \infty)$ функция, что $a(0) = 0$, $a(t) > 0$ при $t > 0$, интеграл $\int_0^1 \frac{d\tau}{a(\tau)}$ сходящийся, а интеграл $\int_1^\infty \frac{d\tau}{a(\tau)}$ расходящийся.

Характеристическая форма системы (15) имеет вид

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (a^2 \xi_0^2 + |\xi|^2)(a^2 \xi_0^2 - |\xi|^2), \quad |\xi|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2.$$

Следовательно, система (15) в каждой точке пространства $R^4 \setminus \{t = 0\}$ является системой составного типа, а на гиперплоскости $t = 0$ вырождается.

Система (15) в векторной форме имеет вид

$$\begin{cases} a(t)s_t + \operatorname{div} U = 0, \\ \operatorname{grad} s + a(t)U_t - \operatorname{rot} U = 0. \end{cases} \tag{16}$$

Для системы (16) изучена следующая задача.

Задача XVI. Найти в полупространстве R_+^4 решение системы (16) из класса $\mathcal{M}$, принадлежащее при каждом $t \geq 0$ пространству S' и удовлетворяющее условиям:

$$\begin{aligned}
s(0, X) &= s_0(X), \\
\lim_{t \rightarrow +0} a(t) s_t(t, X) &= s_1(X), \\
U(0, X) &= U_0(X),
\end{aligned}$$

здесь s_0, s_1, U_0 — заданные на R^3 функции из S' .

Доказано, что решение задачи XVI единственно и получены формулы для решения.

В п. 3.4.3 в полупространстве $R_+^4 = \{t > 0\}$ рассматривается ещё одно из возможных обобщений системы (14) в виде

$$\begin{aligned}
s_t + a(t)(u_x + v_y + w_z) &= 0, \\
s_x + u_t + v_z - w_y &= 0, \\
s_y - u_z + v_t + w_x &= 0, \\
s_z + u_y - v_x + w_t &= 0
\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} s_t + a(t) \operatorname{div} U &= 0, \\ \operatorname{grad} s + U_t - \operatorname{rot} U &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где $a(t)$ – такая непрерывная на R_+ функция, что $a(0) = 0, a(t) > 0 \forall t > 0$ и интеграл $\int_0^\infty a(\rho) d\rho$ расходящийся.

Для системы (17) с характеристическим определителем

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi_0^2 + |\xi|^2)(\xi_0^2 - a(t)|\xi|^2), \quad |\xi|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2.$$

изучена:

Задача XVII. Найти решение системы (17) из класса $\mathcal{M}$, принадлежащее при каждом $t \geq 0$ пространству S' и удовлетворяющее условиям:

$$\begin{aligned} s(0, X) &= s_0(X), \\ \lim_{t \rightarrow +0} \frac{s_t(t, X)}{a(t)} &= s_1(X), \\ U(0, X) &= U_0(X), \end{aligned}$$

здесь s_0, s_1, U_0 – заданные на R^3 функции из S' .

Решение этой задачи находится аналогично как решение задачи XVI и даётся формулами

$$\begin{aligned} s(t, X) &= v_t[\tau(t), X], \\ U(t, X) &= -\operatorname{grad} v[\tau(t), X] + \frac{\tau(t)}{\pi^2} \int_{R^3} \frac{U_0(Y) + \operatorname{grad} \varphi(Y)}{\{[\tau(t)]^2 + |X - Y|^2\}^2} dY. \end{aligned}$$

Пусть G – ограниченная область из R^3 с границей Γ , $\Omega = \{(t, X): t \geq 0, X \in G \subset R^3\}, P = \{(t, X): t > 0, X \in \Gamma\}$.

В п. 3.4.4 изучена:

Задача XVIII. Найти в Ω решение (s, U) системы (14), удовлетворяющее при $t = 0$ начальным условиям

$$\begin{aligned} s(0, X) &= \varphi_0(X), \quad s_t(0, X) = \varphi_1(X), \quad s(\infty, X) = 0, \\ U(0, X) &= \Phi(X), \quad \operatorname{div} U_t(0, X) = \Psi(X) \end{aligned}$$

и граничным условиям

$$s(t, X)|_P = 0,$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} U|_P &= 0, \operatorname{rot} U|_P = 0, \operatorname{rot} U(\infty, X) = 0, \\ (n, U_t(0, X)) &= \varphi(X), \quad X \in \Gamma, \end{aligned}$$

здесь n - нормаль в точке $X \in \Gamma$, $\varphi_0(X) \in C^3(R^3)$, $\varphi_1(X) \in C^2(R^3)$, $\Phi, \Psi, \phi \in C^\infty$.

Результатом данного пункта является

Теорема 3.7. Если $\varphi_0 \in C^4(\overline{G})$, $\varphi_1 \in C^3(\overline{G})$, $\Phi(X), \Psi(X) \in C^\infty(\overline{G})$, $\varphi(X) \in C^\infty(\Gamma)$, то начально-краевая задача XVIII имеет единственное решение, непрерывно зависящее от начальных данных.

ВЫВОДЫ

Сформулируем основные выводы, вытекающие из полученных результатов диссертационного исследования.

- На основе модельной неклассической системы у.ч.п. первого порядка созданы вырождающиеся системы у.ч.п. в трёхмерных и четырёхмерных областях с разными характерами вырождения на границах областей [1-A], [5-A], [6-A], [7-A], [8-A].
- Найдены формулы для выражения общего решения полученных систем через решения уравнений Лапласа, EPD и GASPT [1-A], [8-A].
- Доказаны теоремы единственности решений задачи Коши в полупространстве $R_+^3 = \{(x, y, z): (x, y) \in R^2, z > 0\}$ для уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу (EPD) и задачи Дирихле в полупространстве R_+^3 для уравнения гидродинамической осесимметрической теории потенциала (GASPT) [7-A, 16-A, 17-A].
- Получены теоремы существования и формулы решений смешанных краевых задач в R_+^3 для вырождающихся составных систем четырех у.ч.п. [2-A, 3-A, 4-A, 7-A, 9-A, 16-A, 17-A].
- Получены условия нётеровости краевых задач Римана-Гильберта и подсчитан индекс задач для вырождающихся составных систем у.ч.п., а также систем с младшими членами [2-A, 3-A, 4-A, 10-A].
- Доказаны теоремы существования решений и найдены формулы решений краевых задач в полупространстве $R_+^4 = \{(t, x, y, z): (t, x, y) \in R^3, z > 0\}$, в двугранном угле $E = \{(t, x, y, z): y > 0, z > 0\}$ и в ограниченной области из R_+^4 с участком границы на гиперплоскости $z = 0$ для вырождающихся неклассических систем четырех у.ч.п. первого порядка с четырьмя независимыми переменными [5-A, 6-A, 11-A, 13-A, 14-A, 15-A, 18-A].
- Установлена теорема о фредгольмовости начально-краевых задач для неклассических систем четырех у.ч.п. с младшими членами.

Рекомендации по практическому использованию результатов исследований

Результаты, полученные в ходе проведённого исследования, преимущественно носят теоретический характер. Разработанные методы решения краевых задач могут быть использованы при изучении различных классов неклассических систем у.ч.п., включая вырождающиеся системы с тремя и четырьмя независимыми переменными.

Результаты диссертации и развитые в ней методы могут найти применение в исследованиях по теории граничных и начально-краевых задач для неклассических систем у.ч.п. в ограниченных и неограниченных многомерных областях.

Разработки, представленные во 2-й и 3-й главах диссертации, обладают практической значимостью и могут применяться при исследовании краевых задач для у.ч.п., встречающиеся в прикладных науках, таких как физика, механика, гидродинамика, а также при чтении специальных курсов для студентов старших курсов, магистрантов и докторантов вузов, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика» и «Механика».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

А) СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бойматов, К.Х. Об асимптотике спектра вырожденно-эллиптических дифференциальных операторов, далеких от самосопряженных [Текст] / К.Х. Бойматов // Докл. РАН. – 1995, - Т.345. - №3. - С. 295-299.
2. Исхоков, С.А. О конечномерности ядра некоторых вырождающихся эллиптических операторов недивергентного типа [Текст] / С.А. Исхоков // Доклады НАНТ. - 2022. Т. 65, №3-4. – С. 157 – 161.
3. Келдыш, М.В. О некоторых случаях вырождения уравнений эллиптического типа на границе области [Текст] / М.В. Келдыш // ДАН СССР. - 1951. - Т.77. - №2. - С. 181–183.
4. Кудрявцев, Л.Д. О решении вариационным методом эллиптических уравнений, вырождающихся на границе области [Текст] / Л.Д. Кудрявцев // ДАН СССР. - 1956. - Т.108. - №1. - С. 16–19.
5. Михайлов Л.Г. Новый класс особых интегральных уравнений и его применение к дифференциальным уравнениям с сингулярными коэффициентами [Текст] / Л.Г. Михайлов. - Душанбе, 1963. – 183 с.
6. Раджабов, Н.Р. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями [Текст] / Н.Р. Раджабов. – Душанбе: Изд-во ТГУ им. В.И. Ленина, 1982, часть 3. – 170 с.

7. Сафаров, Д.Х. Об одном аналоге системы Мойсила-Теодореско [Текст] / Д.Х. Сафаров // ДАН СССР. - 1984. - Т.277. №5. - С. 1070–1073.
8. Сафаров, Д.Х. Граничные задачи для многомерных неклассических систем уравнений в частных производных: автореф. дис. докт. физ.–мат. наук [Текст] / Д.Х. Сафаров. – Новосибирск, 1996.
9. Смирнов, М.М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения [Текст] / М.М. Смирнов. –М.: Наука, 1966. –292 с.
10. Усманов З.Д. Обобщенные системы Коши-Римана с сингулярной точкой [Текст] / З.Д. Усманов. Душанбе, 1993. - 244 с.
11. Vekua I.N. On one of the elliptic systems with singularities [Text] / I.N. Vekua // Proc. Intern. Conf. on Functional Analysis and Related Topics. Tokyo. 1969. – P. 142 – 147.

Б) РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В журналах, зарегистрированных в реестре ВАК при Президенте

Республики Таджикистан:

- 1-А. Файзиев М.Г. Формулы представления общего решения одной неклассической системы уравнений первого порядка [Текст] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. 2011. 9(73). - С. 3–7.
- 2-А. Файзиев М.Г. О неклассических системах уравнений с частными производными первого порядка с переменными коэффициентами [Текст] / М.Г. Файзиев // Доклады АН РТ. 2014. - Т.57, №8. - С. 644–652.
- 3-А. Файзиев М.Г. О вырождающихся неклассических системах уравнений первого порядка [Текст] / М.Г. Файзиев // Известия АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н. 2014. №3(156). - С. 20–28.
- 4-А. Файзиев М.Г. Граничные задачи для вырождающихся неклассических систем уравнений первого порядка [Текст] / М.Г. Файзиев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. 2014. 1/3(134). - С. 14–18.
- 5-А. Файзиев М.Г. О системах дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка [Текст] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Доклады АН РТ. 2015. - Т.58, №2. - С. 376–382.
- 6-А. Файзиев М.Г. Об одной краевой задаче для некоторых классов систем составного типа [Текст] / С. Байзаев, М.Г. Файзиев // Учёные записки Худжандского госуниверситета им. академика Б. Гафурова (Серия естественные и экономические науки). 2021, № 2(57). - С.8-14.
- 7-А. Файзиев М.Г. О единственности решения краевых задач для некоторых классов вырождающихся уравнений с частными производными [Текст] / С. Байзаев, М.Г. Файзиев // Вестник Таджикского национального университета (Серия естественных наук). 2021. № 4. - С. 129-139.

В других изданиях:

8-А. Файзиев М.Г. К теории неклассических систем уравнений первого порядка с переменными коэффициентами [Текст] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Материалы международной научной конференции Современные проблемы теории дифференциальных уравнений и математического анализа, посвященной 80-летию академика АН Республики Таджикистан Джураева А.Д. Душанбе, 7-8 декабря 2012 г., с. 94–96.

9-А. Файзиев М.Г. Краевые задачи для неклассических систем уравнений с частными производными первого порядка [Текст] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Материалы XI Школы молодых ученых "Нелокальные краевые задачи и проблемы современного анализа и информатики". Кабардино-Балкарская Республика, п.Терскол, 4 - 8 декабря 2013 г., с. 65–69.

10-А. Файзиев М.Г. Об одной общей вырождающейся неклассической системе первого порядка [Текст] / М.Г. Файзиев // Учёные записки Худжандского госуниверситета им. академика Б.Гафурова (специальный выпуск). 2014. 2(29), часть 1. С. 258–261.

11-А. Файзиев М.Г. Четырёхмерный аналог неклассических систем уравнений первого порядка [Текст] / М.Г. Файзиев // Материалы республиканской научной конференции "Неклассические уравнения математической физики и их приложения" с участием зарубежных ученых. Узбекистан, Ташкент, 23-25 октября 2014 г., с. 102-103.

12-А. Файзиев М.Г. About the systems of partial differential equations of first order [Text] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Materials of the VIII international research and practice conference "Science and Education". Munich - Germany, March 19th – 20th, 2015, p. 286–292.

13-А. Файзиев М.Г. Об одном обобщении четырёхмерного аналога неклассических систем уравнений [Текст] / М.Г. Файзиев // Материалы республиканской научно-теоретической конференции "Актуальные проблемы современной математики и её преподавания". Душанбе, 20 декабря 2014 г., с. 141–144.

14-А. Файзиев М.Г. Неклассические системы уравнений первого порядка с применением уравнений векторных полей [Текст] / М.Г. Файзиев // Тезисы докладов республиканской научной конференции "Современные методы математической физики и их приложения" с участием зарубежных ученых. Узбекистан, Ташкент, 15 - 17 апреля 2015 г., с. 208–210.

15-А. Файзиев М.Г. Об одной четырехмерной неклассической системы уравнений с переменными коэффициентами [Текст] / М.Г. Файзиев // Материалы международной научной конференции Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений, посвященной 80-

летию член-корреспондент АН Республики Таджикистан Стеценко В.Я. Душанбе, 27-28 апреля 2015 г., с. 142–143.

16-А. Файзиев М.Г. О единственности решения краевых задач для некоторых классов вырождающихся гиперболических уравнений с частными производными [Текст] / С. Байзаев, М.Г. Файзиев // Материалы республиканской научно-теоретической конференции «Современные проблемы прикладной математики и её роль в развитии технического мышления молодёжи», посвящённой 30-летию Государственной независимости Республики Таджикистан, 30-летие основания кафедры информатики и вычислительной математики, “Двадцатилетие обучения и развития естественных, точных и математических наук в области нуки и образования”. Хучанд, 29-30 ноября 2021г., с. 95-97.

17-А.Файзиев М.Г. О единственности решения краевых задач для некоторых классов вырождающихся эллиптических уравнений с частными производными [Текст] / С. Байзаев, М.Г. Файзиев // Материалы международной научно-практической конференции “О применении дифференциальных уравнений в решении практических задач”. Душанбе, 4 ноября 2021г., с. 26-29.

18-А. Fayziev M. G. On boundary value problems in a half-space for some classes of systems of composite type [Text] / S. Bayzaew, M. G. Fayziev // Abstracts of the VII International scientific conference “Modern problems of applied Mathematics and Information Technologies Al-Khwarizmi 2021” dedicated to the 100th anniversary of the academician Vasil Kabulovich Kabulov, 15-17 November, 2021, Fergana, Uzbekistan, p. 115.

**ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН
МДТ «ДОНИШГОҶИ ДАВЛАТИИ ХУҶАНД
БА НОМИ АКАДЕМИК Б. ҒАФУРОВ»**

ББД 517.946
ТКБ 22.161.6
Ф 17

Бо ҳуқуқи дастнавис



ФАЙЗИЕВ МУБИНҶОН ҒАФОРОВИЧ

**ТАҲҚИҚИ МАСЪАЛАҶОИ КАНОРӢ БАРОИ СИСТЕМАҶОИ
ҒАЙРИКЛАССИКИИ (ТАРКИБИИ) ТАНАЗЗУЛӢБАНДАИ СЕ- ВА
ЧОРЧЕНАКАИ МУОДИЛАҶОИ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ БО ҲОСИЛАҶОИ
ХУСУСИИ ТАРТИБИ ЯКУМ**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т И

диссертатсия ҷиҳати дарёфти дараҷаи илмӣ
номзади илмҳои физикаю-математика
аз рӯи ихтисоси 1.1.3. Муодилаҳои дифференсиалӣ,
системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ

Хуҷанд – 2026

Кори илмӣ дар МДТ «Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Б. Ғафуров» иҷро гардидааст.

Роҳбарони

илмӣ:

Сафаров Ҷумъа Холович

доктори илмҳои физикаю математика, профессор
Байзоев Саттор

доктори илмҳои физикаю математика, профессор, профессори кафедраи фанҳои риёзӣ-табиатшиносии муосири Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон

Муқарризони

расмӣ:

Каримов Олимҷон Худойбердиевич

доктори илмҳои физикаю математика, ҷонишини директор оид ба илм ва таълими Пажуҳишгоҳи математикаи ба номи академик А. Ҷӯраеви АМИТ

Шоймқулов Бойтура Маҳмудбекович

номзади илмҳои физикаю математика, дотсент, дотсенти кафедраи назарияи функсияҳо ва анализи математикии Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Муассисаи

пешбар:

МДТ «Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав»

Диссертатсия санаи 16 октябри соли 2026 соати 14:00 дар чаласаи Шурои диссертатсионии 6D.KOA-084-и назди Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон бо суроғи 735700, ш. Хучанд, маҳаллаи 17-ум, бинои 1, корпуси 5, аудиторияи 208, дифоъ мегардад.

Бо матни диссертатсия дар китобхонаи Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон ва сомонаи <http://tsulbp.tj> ошноӣ пайдо карда метавонед.

Автореферат санаи «___» _____соли 2026 фиристода шудааст.

Котиби илмӣи шурои диссертатсионии

6D.KOA-084, д.и.ф.-м., дотсент

Муҳаммадӣ Ш.Ф.

МУҚАДДИМА

Мубрами мавзуи (предмети) таҳқиқот. Муодилаҳои бо ҳосилаҳои хусусии (м.х.х.) навъи ғайриклассикӣ бо коэффицентҳои сингулярӣ синфи муҳими муодилаҳои физикаи математикӣ ба шумор мераванд. «Муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ, ки дар ҳар нуқтаи соҳаи баррасишавиашон дар қатори характеристикаҳои комплексӣ дорои боз характеристикаҳои ҳақиқӣ мебошанд, унвони муодилаҳои навъи таркибиро гирифтаанд. Масъалаҳои канорӣ барои чунин навъи муодилаҳо аз ҷониби муаллифон гуногун (Ж. Адамар, О. Сестранд, Р. Девис, А.В. Бицадзе, М.С. Салоҳитдинов, Т.Д. Ҷӯраев, Г.И. Эскин, В.Н. Врагов ва ғ.) омӯхта шудаанд.

Рушди назарияи системаи муодилаҳои ғайриклассикӣ (таркибӣ) аз солҳои 60-уми асри XX бо қорҳои математики тоҷик А. Ҷӯраев оғоз мегардад, ки дар онҳо бори аввал масъалаҳои канорӣ барои системаи муодилаҳои навъи таркибии тартиби якум бо ду тағйирёбандаи новобаста гузошта ва таҳқиқ шудаанд. Дар китоби ӯ «Системаҳои муодилаҳои навъи таркибӣ» (М.: Наука, 1972) усули муодилаҳои интегро-функционалии сингулярӣ таҳия гардида аст, ки бо ёрии он назарияи ҳалшавии нормалӣ сохта ва индекси масъалаҳо тавассути коэффицентҳои онҳо ҳисоб карда шуданд. Таҳқиқоти минбаъда доир ба масъалаҳои канорӣ барои системаҳои навъи таркибӣ бо ду тағйирёбандаи новобаста дар қорҳои Л. Волферсдорф, С. Видитс, Д. Муртазоев, С. Муллоев, А. Сангинов ва дигарон идома ёфт. Аммо дар ҳолати бисёрченака чунин системаҳо хеле кам омӯхта шудаанд, агар аз баррасии системаҳои алоҳида дар нимфазо, соҳаи цилиндрӣ ва соҳаи навъи қабат (А. Ҷӯраев, А. Янушаускас, П. Берхин, З. Дубля ва ғ.) сарфи назар кунем. Дар мавриди таҳқиқи системаҳои ғайриклассикии бисёрченака масъалаҳои нав ба миён меоянд, ки на танҳо аз душвориҳои хоси техникӣ вобастаанд» [8]. Бояд қайд намуд, ки системаҳои ғайриклассикии таназзулбанда дар соҳаҳои сеченака нисбатан кам омӯхта шудаанд, дар ҳоле ки дар соҳаҳои чорченака қариб мавриди таҳқиқ қарор нагирифтаанд. Барои чунин ҳолатҳо назарияи мукамал вучуд надорад ва асосҳои методологии онҳо низ ба таври пурра таҳия нашудаанд. Усулҳое, ки қаблан барои соҳаҳои дученака маълум буданд, барои таҳқиқи системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи ченакҳои боло мувофиқ нестанд. Аз ин рӯ, зарурати таҳқиқи чунин системаҳо, масъалаҳои канорӣ барои соҳаҳои се- ва чорченака, инчунин таҳияи усулҳои нави таҳқиқ ба миён меояд. Муҳимияти масъалаи мавриди баррасӣ дар он аст, ки он доираи васеи масъалаҳои марбут ба системаҳои муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусиро фаро мегирад, ки дар масъалаҳои амалӣ, аз ҷумла барои муодилаи ЭПД дар ҳолатҳои эллиптикӣ ва гиперболий, дучор мешаванд.

Дарачаи таҳқиқи мавзуи илмӣ. Дар нимаи дуюми асри XX, бо рушди техника ва физика дар собиқ Иттиҳоди Шуравӣ ва хориҷа, бисёре аз математикони бузург ба омӯзиши муодилаҳои таназзулбанда шуруъ карданд. Мисоли равшани он таҳқиқотҳои М.В. Келдиш [3], Л.Д. Кудрявцев [4] ва дигарон мебошад. Айни замон, назарияи муодилаҳои дифференциалӣ бо ҳосилаҳои хусусии навъи классикӣ (эллиптикӣ ва гиперболаӣ) хуб рушд кардааст (масалан, ба асарҳои И.Н. Векуа [11], М.М. Смирнов [9], Л.Г. Михайлов [5], З.Д. Усмонов [10], Н.Р. Раҷабов [6], К.Х. Бойматов [1], С.А. Исмоков [2] ва дигарон нигаред). Аммо, муодилаҳои ғайриклассикии таназзулбанда ва аз ин бештар, системаҳои навъи ғайриклассикии таназзулбанда ҳанӯз омӯхта нашудаанд. Дар ин робита, таҳияи назарияи системаи муодилаҳои ғайриклассикии бисёрченакае, ки дар сарҳади соҳа таназзул меёбанд, хеле арзёбӣ мегардад.

Диссертатсияи мазкур ба омӯзиши системаҳои ғайриклассикии (таркибии) таназзулбандаи муодилаҳои дифференциалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби якум дар соҳаҳои маҳдуд ва номаҳдуди фазои се- ва чорченака бо хусусиятҳои гуногуни таназзулбандӣ дар сарҳади соҳа бахшида шудааст.

Робитаи таҳқиқот бо барномаҳо (лоиҳаҳо) ва мавзӯҳои илмӣ. Рисолаи мазкур дар доираи тадбиқи нақшаи корҳои илмӣ-таҳқиқотии кафедраи информатика ва математикаи ҳисоббарор ва кафедраи анализи математикӣ ба номи профессор А. Муҳсинов-и факултети математикаи Муассисаи давлатии таълимии «Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Бобочон Ғафуров» барои солҳои 2021-2025 дар мавзӯи «Таҳқиқи синфҳои муодилаҳои дифференциалии одӣ бо махсусиятҳо, ҳалшавандагии системаҳои боз муайяншудаи муодилаҳои дифференциалӣ дар фазоҳои гуногуни функционалӣ, татбиқи гурӯҳҳо ва алгебраи Ли дар муодилаҳои дифференциалӣ» анҷом дода шудааст.

ТАВСИФИ УМУМИИ ТАҲҚИҚОТ

Мақсади таҳқиқот аз таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои системаҳои таркибии таназзулбандаи м.х.х. тартиби якум иборат мебошад. Аз ҷумла, дар соҳаҳои номаҳдуд, ба монанди нимфазо, масъалаҳои аввалаю канорӣ ва масъалаҳои дигаргункардашудаи аввалаю канорӣ ва дар соҳаҳои маҳдуд масъалаи омехта ва масъалаи канории намуди масъалаи Риман-Гилбертро таҳқиқ кардан аст.

Вазифаҳои таҳқиқот. Вобаста ба мақсади гузошташуда, масъалаҳои зерин мавриди таҳқиқ қарор дода мешаванд:

- дар заминаи системаҳои ғайриклассикии моделии м.х.х. тартиби якум мурағбат сохтани системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи м.х.х. дар

фазоҳои сеченака ва чорченака бо хусусиятҳои гуногуни таназзулбӣ дар сарҳади соҳа;

- ёфтани формулаҳо барои тасвири ҳалли умумии системаҳои ба даст омада;
- ҳосил кардани теоремаҳо доир ба ҳалшавандагии масъалаҳои канорӣ бо шартҳои аввала ва аввалаю канорӣ барои системаҳои омӯхташаванда дар соҳаҳои маҳдуд ва номаҳдуди фазои сеченака ва чорченака;
- ҳосил кардани тасдиқот доир ба нётерӣ будани масъалаи Риман-Гилберт ва ёфтани индекси масъала барои системаҳои болозикр ва системаҳо бо аъзоҳои хурд;
- муайян кардани якқимата ҳалшавандагии масъалаҳои омехта барои системаҳои ғайриклассикии м.х.х. дар соҳаҳои ихтиёрӣ (маҳдуд ва номаҳдуд)-и фазои чорченака ва тасвири формулаи ошқори ҳал.

Объекти таҳқиқот. Объекти таҳқиқот системаҳои се- ва чорченакаи ғайриклассикии (таркибии) таназзулбандаи м.х.х. тартиби якум мебошанд.

Мавзӯи (предмети) таҳқиқот. Предмети таҳқиқот муқаррар кардани теоремаҳо доир ба ҳалшавандагӣ ва ҳосил кардани формулаҳои ҳалли системаҳои ғайриклассикии (таркибии) таназзулбандаи м.х.х. тартиби якум дар фазои се ва чор тағйирёбандаи новобаста мебошад.

Асосҳои назариявии таҳқиқот. Асосҳои назариявии таҳқиқотро назарияи масъалаҳои канорӣ ва масъалаҳои аввалаю канорӣ барои муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусии навъи эллиптикӣ ва гиперболий, назарияи функцияҳои гармоникӣ, аналитикӣ ва махсус, назарияи табдилоти Фурье ва принципҳои таҳлили функционалӣ ташкил медиҳанд. Дар асоси назарияҳои мазкур дар диссертатсия усули таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои синфи чадидаи системаи муодилаҳои навъи ғайриклассикӣ бо таназзулбӣ, ки то ин замон омӯхта нашудаанд, кор карда баромада шудааст.

Навгони илмӣ. Дар диссертатсия чунин натиҷаҳои илмӣ нав ба даст омадаанд:

- теоремаи ягонагии ҳалли масъалаи Кошӣ дар нимфазои $R_+^3 = \{(x, y, z): (x, y) \in R^2, z > 0\}$ барои муодилаи Эйлер-Пуассон-Дарбу (EPD) ва масъалаи Дирихле дар нимфазои R_+^3 барои муодилаи гидродинамикии меҳварсимметрии назарияи потенциалҳо (GASPT) исбот карда шудааст;
- дар заминаи системаи моделии ғайриклассикии м.х.х. тартиби якум, системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи м.х.х. дар фазоҳои сеченака ва чорченака бо хусусиятҳои гуногуни таназзулбӣ дар сарҳади соҳа сохта шуданд;
- формулаҳои тасвири ҳалли умумии системаҳои болозикр тавассути ҳалли муодилаҳои Лаплас, EPD ва GASPT ба даст оварда шуданд;

- теоремаҳои мавҷудият ва формулаҳои ҳалли масъалаҳои канории омехта дар R_+^3 барои системаҳои таркибии таназзулбандаи чор м.х.х. ба даст оварда шуданд;

- теорема доир ба нётерӣ будан ва индекси масъалаи намуди масъалаи Риман-Гилберт барои системаҳои болозикр исбот карда шуданд;

- нётерӣ будани масъалаи намуди масъалаи Риман-Гилберт дар соҳаи маҳдуди фазои сеченака барои системаи ғайриклассикӣ бо аъзоҳои хурд исбот ва индекси он муайян карда шуд;

- теоремаи мавҷудият ва формулаи ҳалли масъалаҳои канорӣ дар нимфазои $R_+^4 = \{(t, x, y, z): (t, x, y) \in R^3, z > 0\}$, кунҷи дурӯяи $E = \{(t, x, y, z): , y > 0, z > 0\}$ ва соҳаҳои маҳдуди фазои R_+^4 бо қисмати сарҳад дар гиперҳамвории $z = 0$ барои системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи чор муодилаҳои тартиби якум бо чор тағйирёбандаи новобаста исбот ва ҳосил карда шуданд;

- теорема доир ба фредгольмӣ будани масъалаи аввалаю канорӣ барои системаҳои ғайриклассикии чорчеканка бо аъзоҳои хурд исбот карда шуд.

Нуктаҳои ба Ҳимоя пешниҳодшаванда. Дар раванди таҳқиқоти гузаронидашуда аз ҷониби диссертант, бо истифода аз усулҳои муосири назарияи м.х.х., таҳлили ҳақиқӣ, комплексӣ ва функционалӣ, инчунин назарияи муодилаҳои интегралӣ сингулярӣ, натиҷаҳои нав ба даст оварда шудаанд, ки барои ҳимоя пешниҳод гардида, мухтасар чунин баён мешаванд:

- исбот карда шудааст, ки масъалаи Кошӣ барои муодилаи EPD ва масъалаи якуми канорӣ дар R_+^3 барои муодилаи GASPT ҳалли ягона доранд ва формулаҳои ҳалли онҳо ба даст оварда шудаанд;

- исбот карда шудааст, ки масъалаи омехта дар нимфазои R_+^3 барои системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи чаҳор м.х.х. ҳалшаванда аст ва масъалаи Риман–Гилберт барои системаҳои мазкур, ва инчунин системаҳо бо аъзои хурд нётерӣ буда, формулаи индекси онҳо ба даст оварда шудааст;

- исбот карда шудааст, ки масъалаҳои аввалаю–канорӣ дар соҳаҳои R^4 барои системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи чаҳор м.х.х. ҳалшаванда мебошад ва формулаҳои ҳалли онҳо мураббаъ сохта шудаанд, инчунин теорема доир ба фредгольмӣ будани масъалаи аввалаю канорӣ барои системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи чор муодилаҳо ва аъзои хурд муайян карда шудаанд.

Аҳамияти назариявӣ ва амалии таҳқиқот. Таҳқиқоти дар диссертатсияи мазкур гузаронидашуда хусусияти назариявӣ дорад. Натиҷаҳои илмӣ ба даст омадаро ҷиҳати омӯзиши минбаъдаи назарияи системаҳои ғайриклассикии муодилаҳои дифференциалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ ва инчунин соҳаҳои дигари амалӣ, аз қабилҳои физика, механика ва ғ. метавон истифода бурд. Муҳтавои диссертатсияи мазкурро метавон ҷиҳати хондани курсҳои махсус барои донишҷӯёни курсҳои болоӣ, магистрантон ва докторантони аз рӯи ихтисосҳои

“Математика”, “Математикаи амалӣ” ва “Механика” таҳсилкунанда мавриди истифода қарор дод.

Дарачаи эътимоднокии натиҷаи диссертатсия. Дар диссертатсия тамоми тасдиқот, леммаҳо ва теоремаҳо доир ба системаҳои ғайриклассикии таназзулбанда ва масъалаҳои канорӣ бо истифода аз назарияҳо ва усулҳои муосири таҳлили ҳақиқӣ, комплексӣ ва функсионалӣ, методҳои сифатӣ ва аналитикии назарияи муодилаҳои дифференциалӣ ба таври математикӣ қатъӣ исбот карда шудаанд. Бархе аз натиҷаҳо дар ҳолатҳои хусусӣ бо таҳқиқотҳои олимони дигар тасдиқ гардидаанд.

Мутобиқати диссертатсия бо шиносномаи ихтисос (бо шарҳ ва соҳаи таҳқиқот). Диссертатсия аз рӯи ихтисоси 1.1.3. Муодилаҳои дифференциалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ иҷро шудааст. Он ба бахши таркибии ин ихтисос — муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусӣ тааллуқ дошта, ба формулаи ихтисос аз рӯи бандҳои 1, 2, 3 ва 5-и соҳаи таҳқиқот пурра мувофиқат мекунад:

1. Назарияи умумии муодилаҳои дифференциалӣ ва системаҳои муодилаҳои дифференциалӣ.

2. Масъалаҳои аввалаю канорӣ ва спектралӣ барои муодилаҳои дифференциалӣ ва системаҳои муодилаҳои дифференциалӣ.

3. Назарияи сифатии муодилаҳои дифференциалӣ ва системаҳои муодилаҳои дифференциалӣ.

5. Назарияи аналитикии муодилаҳои дифференциалӣ.

Боби дуюми диссертатсия ба бандҳои 1 ва 2-и самти таҳқиқот мувофиқат мекунад. Аз ҷумла, зербоби 2.2 ба банди 1, зербобҳои 2.3–2.5 бошад, ба банди 2 мувофиқ мебошанд.

Боби сеюми диссертатсия ба бандҳои 2, 3 ва 5 мувофиқат мекунад. Аз ҷумла, зербобҳои 3.1–3.3 ба бандҳои 2 ва 3, зербоби 3.4 бошад, ба бандҳои 2 ва 5 мувофиқ аст.

Саҳми шахсии доктараби дараҷаи илмӣ. Интихоби мавзӯ ва самти таҳқиқоти диссертатсионӣ аз тарафи унвончӯ дар мувофиқа бо роҳбари илмӣ ба амал оварда шудааст. Ҳамаи теоремаҳо доир ба ҳалшавандагии масъалаҳои канорӣ ва формулаҳои ҳал шахсан аз ҷониби доктараб исбот карда шудаанд. Муҳтавои диссертатсия ва натиҷаҳои асосии ба дифоъ пешниҳодшаванда саҳми шахсии муаллифро инъикос мекунад. Ҳамаи натиҷаҳои дар бахши “Навгонии илмӣ” оварда шуда шахсан аз тарафи диссертант ҳосил карда шудаанд. Дар қорҳои муштарак гузоштиши масъала аз ҷониби роҳбари илмӣ пешниҳод шуда, теоремаҳо ва формулаҳои ба дастамада аз ҷониби диссертант ҳосил карда шудаанд. Омодакунии натиҷаҳои таҳқиқот барои нашр ва тасвиби онҳо мустақилона аз ҷониби доктараб иҷро шудааст.

Тасвиб ва амалисозӣ. Муқаррарот ва натиҷаҳои асосии таҳқиқот дар конференсияҳои зерин маъруза гардидаанд:

- конференсияи илмӣ байналмилалӣ «Современные проблемы теории дифференциальных уравнений и математического анализа», бахшида ба 80-солагии академики АМИТ Ҷӯраев А. Ҷ. (Душанбе, 07-08 декабри с. 2012);
- конференсияи илмӣ Мактаби ХІ олимони ҷавон «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы современного анализа и информатики» (Республикаи Кабардино-Балкар, ш. Терскол 4 – 8 декабри с. 2013);
- конференсияи илмӣ байналмилалӣ «Современные проблемы математики и её преподавания», бахшида ба 20-солагии Конститутсияи Ҷумҳурии Тоҷикистон ва 60-солагии риёзидонҳо А. Мухсинов, А.Б. Назимов, С. Байзаев, Д. Осимова, К. Тухлиев (Хучанд, 28-29 июни с. 2014);
- конференсияи илмӣ ҷумҳуриявӣ бо иштироки олимони хориҷӣ «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» ва «Современные методы математической физики и их приложения» (Тошканд, Ўзбекистон, 23-25 октябри с. 2014 ва 15-17 апрели с. 2015);
- конференсияи илмӣ-назариявӣ ҷумҳуриявӣ «Актуальные проблемы современной математики и её преподавания» (Душанбе, 20 декабри с. 2014);
- конференсияи VIII-уми байналмилалӣ илмӣ-тадқиқотӣ ва амалӣ «Science and Education» (Мюнхен - Олмон, 19-20 марти с. 2015);
- конференсияи илмӣ байналмилалӣ «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений», бахшида ба 80-солагии узви вобастаи АМИТ Стеценко В.Я. (Душанбе, 27-28 апрели с. 2015);
- конференсияи илмӣ-назариявӣ ҷумҳуриявӣ «Современные проблемы прикладной математики и её роль в развитии технического мышления молодежи», бахшида ба 30-солагии Истиқлолияти давлатӣ Ҷумҳурии Тоҷикистон, «Бистсолаи омӯзиш ва рушди илмҳои табиӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илм ва маориф» (Хучанд, 29-30 ноябри с. 2021);
- конференсияи илмӣ-амалӣ байналмилалӣ «О применении дифференциальных уравнений в решении практических задач» (Душанбе, 4 ноябри с. 2021);
- конференсияи илмӣ VII байналмилалӣ “Modern problems of applied Mathematics and Information Technologies Al-Khwarizmi 2021” бахшида ба 100-солагии академик В.К. Кобулов (Фарғона - Ўзбекистон, 15-17 ноябри с. 2021);

Интишорот аз рӯи мавзӯи диссертатсия. Натиҷаҳои асосии рисолаи диссертатсионӣ дар 18 мақола ва маводи конференсияҳои байналмилалӣ ва ҷумҳуриявӣ, аз ҷумла 7 мақола дар маҷаллаҳои илмӣ аз ҷониби Комиссияи олии аттестатсионӣ назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон тақризшаванда аз ҷоп баромадааст. Аз қорҳое, ки бо ҳаммуаллифӣ навишта шудаанд, ба

диссертатсия танҳо натиҷаҳои шахсан ба даст овардаи унвончӯ ворид гардидааст.

Сохтор ва ҳаҷми диссертатсия. Диссертатсия аз муқаддима, чор боб, хулоса ва рӯйхати адабиёт иборат аст, ки 143 сарчашмаро дар бар мегирад. Ҳаҷми диссертатсия 148 саҳифаи чопи компютери ро ташкил медиҳад. Барои ишораи формула, теорема ва тавзеҳот рақамгузори дукарата қабул гардидааст, ки дар кадоме рақами якум бо рақами боб ва дуюм бо рақами тартибии формула, теорема ва тавзеҳот дар боби чорӣ мувофиқат мекунад.

ҚИСМИ АСОСИИ ТАҲҚИҚОТ

Мавод ва усули таҳқиқот. Таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои системаҳои ғайриклассикии (таркибии) таназзулбандаи м.х.х. тартиби якум дар фазои се ва чор тағйирёбандаи новобаста маводи таҳқиқотро ташкил медиҳад. Дар мавриди омӯзиши масъалаҳои баррасишаванда дар рисола усули аналитикии назарияи муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ, усули назарияи функцияҳои тағйирёбандашон комплексӣ, назарияи матритсаҳо ва таҳлили функционалӣ истифода шудаанд.

Натиҷаҳои таҳқиқоти илмӣ. Дар муқаддима муҳраи мавзӯи рисола, дараҷаи таҳқиқи мавзӯи илмӣ, робитаи таҳқиқот бо барномаҳо (лоиҳаҳо) ва мавзӯҳои илмӣ ва тавсифи умумии таҳқиқот оварда шудааст.

Боби якуми диссертатсия аз ду зербоб (1.1 - 1.2) иборат буда ба шарҳи адабиёт бахшида шудааст, ки ба мавзӯи таҳқиқот наздик мебошад. Дар зербоби 1.1 адабиёт доир ба системаҳои навӣ таркибии м.х.х. ва дар зербоби 1.2 шарҳи адабиёт бахшида ба системаҳои таназзулбандаи м.х.х. оварда шудаанд.

Боби 2 (зербобҳои 2.1 - 2.5) ба таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои системаҳои м.х.х. дар фазои сеченака бо хусусиятҳои гуногуни таназзулбӣ дар сарҳади соҳа бахшида шудааст.

Зербоби 1.2 фарогири маълумоти ёрирасон буда ва дар он мафҳумҳои асосӣ, формулаҳо ва тасдиқотҳои дар диссертатсия истифодашаванда, оварда шудаанд.

Дар зербоби дуюми боби 2 формулаҳои тасвири ҳалли умумии системаҳои ғайриклассикие, ки дар ин боб баррасӣ мешаванд бо воситаи ҳалли муодилаҳои тартиби боло (ду), ба даст оварда мешаванд.

Дар зербоби сеюми боби 2 масъалаҳои аввалаю-канорӣ (масъалаи I ва II) барои системаи муодилаҳои

$$\begin{aligned} u_x + v_y - z^p w_z &= 0, & s_x - v_z + w_y &= 0, \\ s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z - u_y + v_x &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

бо муайянкунандаи характеристикии намуди

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)[\xi_1^2 + \xi_2^2 - z^p \xi_3^2],$$

ки дар ин ҷо $p \in (3/2, 2)$ ва

$$\begin{aligned} u_x + v_y - w_z &= 0, & z^p s_x - v_z + w_y &= 0, \\ z^p s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z + z^q(v_x - u_y) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

бо муайянкунандаи характеристикии

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -[z^{p+q}(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \xi_3^2][\xi_1^2 + \xi_2^2 - \xi_3^2],$$

ки дар ин ҷо p, q – ададҳои дар як вақт баробари сирф набуда ва нобаробарии $p + q + 2 > 0, q > -1$ -ро қонеъ мекунад. Аз муайянкунандаҳои характеристикии системаҳои (1) ва (2), чунин бармеояд, ки ҳангоми $z > 0$ будан ҳар ду система навъи ғайриклассикиро дошта дар мавриди $z = 0$ будан ба таври хатеристикӣ таназзул меёбанд.

Дар нимфазои $R_+^3 = \{(x, y, z): (x, y) \in R^2, z > 0\}$ бо сарҳади $\Gamma = \{z = 0\}$ масъалаи зерин баррасӣ шудааст.

Масъалаи I. Ҳалли системаи (1) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(R_+^3)$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$s|_{\Gamma} = f(x, y), \quad (3)$$

$$w|_{z=0} = g(x, y), \quad w_z = O(z^{-p/2}) \text{ ҳангоми } z \rightarrow 0, \quad (4)$$

барои бархе $z_0 > 0$ функцияҳои $u(x, y, z_0)$ ва $v(x, y, z_0)$ – маҳдуд, ва функцияҳои додашудаи $f(x, y)$ – функцияи маҳдуд аз $C(R^2)$, $g(x, y) \in C^3(R^2)$, илова бар ин $|\nabla g|$ ба $L_{q,2}(R^2)$, $q > 2$ тааллуқ дорад.

Масъалаи II. Ҳалли системаи (2) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(R_+^3)$ ёфта шавад, ки шартҳои (3), шартҳои якуми (4) ва шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$w_z|_{z=0} = h(x, y),$$

барои бархе $z_0 > 0$ функцияҳои $u(x, y, z_0)$ ва $v(x, y, z_0)$ – маҳдуд, ва функцияҳои додашудаи $f \in C(R^2)$, $g \in C^3(R^2)$, $h \in C^2(R^2)$, илова бар ин $f(x, y)$ – функцияи маҳдуд, $h \in L_{r,2}(R^2)$, $r > 2$.

«Дар зери мафҳуми ҳалли регулярии система чунин ҳал дар назар дошта шудааст, ки то сарҳади соҳа бефосила, дар R_+^3 ду маротиба

дифференсиронидашаванда ва бо компонентаи маҳдуди s (мувофиқан барои $z > 0$ $s(x, y, z) \rightarrow 0$ ҳангоми $x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \infty$) дар R_+^3 » [2-A]. Дар зербоби мазкур теоремаҳои зерин ба даст оварда шудаанд:

Теоремаи 2.5. *Бигузор дар системаи (1) тартиби таназзулӣ p шарти $3/2 < p < 2$ қонеъ гардонад. Он гоҳ барои ҳар гуна функцияҳои $f(x, y) \in C(R^2)$, $g(x, y) \in C^3(R^2)$, илова бар ин $f(x, y)$ – маҳдуд ва $|\nabla g| \in L_{q,2}(R^2)$, $q > 2$, масъалаи I дорои ҳалли регулярий мебошад ва бо саҳеҳии доимии ихтиёрӣ муайян мегардад.*

Теоремаи 2.6. *Бигузор дар системаи (2) доимии p ва q дар як вақт баробари цифр набуда ва $p + q + 2 > 0$, $q > -1$. Он гоҳ барои ҳар гуна функцияҳои $f \in C(R^2)$, $g \in C^3(R^2)$, $h \in C^2(R^2)$, илова бар ин $f(x, y)$ – маҳдуд ва $h \in L_{r,2}(R^2)$, $r > 2$, масъалаи II дорои ҳалли регулярий мебошад ва бо саҳеҳии доимии ихтиёрӣ муайян мегардад.*

Дар зербоби 2.4 чунин системаҳои м.х.х. таҳқиқ гардидаанд:

$$\begin{aligned} u_x + v_y - z^m w_z &= 0, & z^\mu s_x - v_z + z^m w_y &= 0, \\ z^\mu s_y + u_z - z^m w_x &= 0, & z^\mu s_z - u_y + v_x &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

ҳангоми $\mu > 1$, $m > 3$, ва инчунин

$$\begin{aligned} z^m(u_x + v_y) - w_z &= 0, & z^n(s_x + w_y) - v_z &= 0, \\ z^n(s_y - w_x) + u_z &= 0, & s_z + z^p(v_x - u_y) &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

ки дар ин чо ададҳои m, n, p шартҳои зеринро қонеъ мегардонанд: $p > -1$, $m + n + 2 > 0$, $n + 2m + 3 < 0$. Муайянкунандаи характистикий ин системаҳо чунин намуд доранд

$$\chi_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -z^{\mu+m}(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)(\xi_1^2 + \xi_2^2 - \xi_3^2)$$

ва

$$\chi_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -[z^{n+p}(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \xi_3^2][z^{n+m}(\xi_1^2 + \xi_2^2) - \xi_3^2].$$

Ҳамин тариқ, дар ҳар нуқтаи нимфазои R_+^3 ҳар ду система системаҳои навъи ғайриклассикианд ва дар $z = 0$ таназзул меёбанд. Барои системаҳои (5) ва (6) чунин масъалаҳои дигаргункардашудаи аввалаю-канорӣ таҳқиқ карда шудаанд.

Масъалаи III. *Дар нимфазои R_+^3 ҳалли системаи (5) (s, u, v, w) аз синфи $C^2(R_+^3) \cap C(\overline{R_+^3})$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад*

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow 0} z^{\mu-1} s(x, y, z) &= g_1(x, y) \\ w(x, y, z)|_{z=0} &= g_2(x, y), \quad w_z(x, y, z)|_{z=0} = 0, \end{aligned}$$

барои бархе $z_0 > 0$ функцияҳои $u(x, y, z_0)$ ва $v(x, y, z_0)$ – маҳдуд, ва функцияҳои додашудаи $g_1(x, y)$ ва $g_2(x, y)$ мувофиқан аз синфи $C(R^2)$ ва $C^2(R^2)$, иловатан $g_1(x, y)$ – маҳдуд ва $|\nabla g_2|$ ба $L_{t,2}(R^2)$, $t > 2$ тааллуқ дорад.

Масъалаи IV. Дар нимфазои R_+^3 ҳалли регулярии системаи (6) (s, u, v, w) ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$(x, y, z)|_{z=0} = b_1(x, y), \\ w(x, y, z)|_{z=0} = b_2(x, y), \quad w_z(x, y, z) = O\left(z^{\frac{n+m}{2}}\right) \text{ ҳангоми } z \rightarrow 0,$$

барои бархе $z_0 > 0$ функцияҳои $u(x, y, z_0)$ ва $v(x, y, z_0)$ – маҳдуд, ва функцияҳои додашудаи $b_1(x, y)$ ва $b_2(x, y)$ мувофиқан аз синфи $C(R^2)$ ва $C^2(R^2)$, иловатан $b_1(x, y)$ – маҳдуд ва $|\nabla b_2|$ ба $L_{t,2}(R^2)$, $t > 2$ тааллуқ дорад.

Натиҷаи асосии зербоби мазкур дар теоремаҳои зерин зикр шудаанд.

Теоремаи 2.7. Бигузор $\mu > 1, m > 3$ ва функцияҳои

$g_1(x, y) \in C(R^2), \quad g_2(x, y) \in C^2(R^2),$
иловатан $g_1(x, y)$ – маҳдуд ва $|\nabla g_2|$ ба $L_{t,2}(R^2)$, $t > 2$ тааллуқ дошта бошад.
Он гоҳ масъалаи III ҳалшаванда ва ҳалли он бо саҳеҳии доимии ихтиёрӣ муайян мегардад.

Теоремаи 2.8. Бигузор $p > -1, n + p + 2 > 0, n + 2m + 3 < 0$ ва функцияҳои додашудаи

$$b_1(x, y) \in C(R^2), \quad b_2(x, y) \in C^2(R^2),$$

иловатан $b_1(x, y)$ – маҳдуд ва $|\nabla b_2|$ ба $L_{t,2}(R^2)$, $t > 2$ тааллуқ дошта бошад.
Он гоҳ масъалаи IV ҳалшаванда ва ҳалли он бо саҳеҳии функцияи аналитикии ихтиёрӣ муайян мегардад.

Бигузор $\Omega = \{(x, y, z): z > 0, (x, y) \in G \subset R^2\}$ - цилиндр бо сатҳи паҳлӯии $H = \{(x, y, z): z > 0, (x, y) \in \Sigma = \partial G\}$ ва сарҳади $\Gamma = H \cup G$ бошад.

Дар зербоби 2.5 (п. 2.5.1) барои системаи м.ҳ.х. (1), ки $p < 1$, масъалаи зерин таҳқиқ шудааст [2-A]:

Масъалаи V. Ҳалли системаи (1) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(\Omega)$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$s|_{z=0} = f(x, y), \quad s|_H = 0, \quad s(x, y, \infty) = 0, \\ w|_{z=0} = \eta(x, y), \quad \lim_{z \rightarrow 0} z^p w_z = \theta(x, y), \quad w|_H = 0, \\ (au + bv)|_\Sigma = g(x, y),$$

дар ин ҷо $f \in C^1_v(\bar{G})$, $\eta \in C^4(\bar{G})$, $\theta \in C^3(\bar{G}) \cap C^1_v(\bar{G})$, $a, b, g \in C_v(\Sigma)$, $f(x, y)|_\Sigma = \eta(x, y)|_\Sigma = 0$, $a^2 + b^2 \neq 0$.

Исбот карда шудааст, ки масъалаи **V** нётерӣ буда индекси он ба индекси функцияи $\bar{\lambda}(\zeta) = b(\zeta) - ia(\zeta)$ дар сарҳади соҳаи G баробар мебошад (теоремаи 2.9).

Эзоҳ – «Айнан ҳамин тавр масъалаи намуди масъалаи **V**-ро барои системаи муодилаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи зерин таҳқиқ кардан мумкин аст

$$\begin{aligned} z^p(u_x + v_y) - w_z &= 0, & s_x - v_z + w_y &= 0, \\ s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z - u_y + v_x &= 0. \end{aligned}$$

» [2-A].

Дар п. 2.5.2 барои системаи м.х.х.

$$\begin{aligned} w_z - u_x - v_y + u - v &= 0, \\ v_z - z^p s_x - z^q w_y + z^p s + z^q w &= 0, \\ u_z + z^p s_y - z^q w_x + z^p s - z^q w &= 0, \\ s_z + v_x - u_y + u + v &= 0, \end{aligned} \tag{7}$$

муайянкунандаи характистикии кадоме намуди зеринро дорад

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -[z^p(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \xi_3^2][z^q(\xi_1^2 + \xi_2^2) - \xi_3^2],$$

ки дар ин ҷо p, q – ададҳои мусбати ихтиёрӣ мебошанд, масъалаи зерин омӯхта шудааст:

Масъалаи VI. Ҳалли системаи (7) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(\Omega)$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$s|_{z=0} = f_0(x, y), \quad s|_H = 0, \quad s(x, y, \infty) = 0,$$

$$w|_{z=0} = g_0(x, y), \quad w_z|_{z=0} = h(x, y), \quad w|_H = 0,$$

$$(\alpha u + \beta v)|_\Sigma = \gamma(x, y),$$

ки дар ин ҷо $f_0 \in C^1_v(\bar{G})$, $g_0 \in C^4(\bar{G})$, $h \in C^3(\bar{G}) \cap C^1_v(\bar{G})$, $\alpha, \beta, \gamma \in C_v(\Sigma)$, иловатан $f_0|_\Sigma = g_0|_\Sigma = 0$ ва $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

Исбот карда шудааст, ки масъалаи **VI** нётерӣ буда индекси он ба индекси функцияи $\bar{a}(\zeta) = \alpha - i\beta$ дар сарҳади соҳаи G баробар мебошад (теоремаи 2.10).

Бигузор $\Omega = \{(x, y, z): x^2 + y^2 < a^2, 0 < z < h\}$ – силиндри доиравӣ бо радиуси a , сарҳади Γ ва асоси G бошад.

Дар пункти 2.5.3-и зербоби мазкур барои системаи ғайриклассикии

$$\begin{aligned} u_x + v_y - (x^2 + y^2)^p w_z &= 0, & s_x + w_y - v_z &= 0, \\ s_y - w_x + u_z &= 0, & s_z + v_x - u_y &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

бо муайянкунандаи характериистикии

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)[\xi_1^2 + \xi_2^2 - (x^2 + y^2)^p \xi_3^2],$$

ки дар ин ҷо p – адади ҳақиқии ихтиёрист, масъалаи зерин омӯхта шудааст.

Масъалаи VII. Ҳалли системаи (8) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(\Omega)$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$\begin{aligned} s|_{\Gamma} &= f_1(x, y, z), \\ w|_{z=0} &= g_1(x, y), \quad w_z|_{z=0} = g_2(x, y), \quad w|_{\Sigma} = 0, \\ v(x, y, 0)|_{\gamma} &= q(x, y), \end{aligned} \quad (9)$$

дар ин ҷо Σ – сатҳи паҳлӯии силиндр, γ - давраи $x^2 + y^2 = a^2$, $f_1 \in C(\Gamma)$, $g_1, g_2 \in C^2(\bar{G})$, $q \in C^1_v(\bar{G})$ иловатан $g_1|_{\gamma} = 0$.

Ҳал дар синфи функсияҳои бефосила дар силиндри пӯшидаи $\bar{\Omega}$ ва дар наздикии тири Oz маҳдуд буда ҷустуҷӯ карда мешавад.

Тасдиқоти зерин исбот карда шудааст

Теоремаи 2.11. Масъалаи VII дар силиндри доиравии Ω ҳамеша ҳалшаванда ва ҳалли он бо саҳеҳии ҷамъшавандаи доимие, ки ба функсияи $u(x, y, z)$ шомил аст, муайян карда мешавад.

Бигузор $\Omega = \{(x, y, z): (x, y) \in G \subset R^2, 0 < z < \gamma(x, y)\}$ - соҳаи фасеҳи фазои R^3 бошад, ки дар он G - қитъаи ҳамвории $z = 0$ ва $\gamma \in C^1(G)$ – сатҳи Ляпунов аст. Бо висотаи $\Gamma = \gamma \cup G$ тамоми сарҳади соҳаи Ω , ва бо $\Sigma = \gamma \cap G$ – хати буриши сатҳи γ -ро бо соҳаи G ишора мекунем.

Дар пункти 2.5.4 масъалаи зерин мавриди омӯзиш қарор гирифтааст:

Масъалаи VIII. Ҳалли системаи (7) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(\Omega)$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$\begin{aligned} s(x, y, z)|_{\Gamma} &= b_4(x, y, z), \\ w(x, y, z)|_{z=0} &= \tilde{b}_5(x, y), \quad w_z(x, y, z)|_{z=0} = \tilde{b}_6(x, y), \\ (\alpha u + \beta v)|_{\Sigma} &= g(x, y), \end{aligned}$$

ки дар ин $b_4, \tilde{b}_5, \tilde{b}_6$ – функцияҳои додашудаи кифоя суфта, $\alpha, \beta, g \in C_v(\Sigma)$, $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

Исбот карда шудааст, ки масъалаи **VIII** нётерӣ буда индекси он ба индекси функцияи $\bar{a}(\zeta) = \alpha(\zeta) - i\beta(\zeta)$ дар сарҳади соҳаи G баробар мебошад (теоремаи 2.12).

Эзоҳ - Айнан ҳамин гуна натиҷаро барои системаи муодилаҳои зерин ҳосил кардан мумкин аст

$$\begin{aligned} w_z - u_x - v_y + u - v &= 0, & v_z - z^p s_x - w_y + z^p s + w &= 0, \\ u_z + z^p s_y - w_x + z^p s - w &= 0, & s_z + v_x - u_y + u + v &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_z - u_x - v_y + u - v &= 0, & v_z - s_x - z^q w_y + s + z^q w &= 0, \\ u_z + s_y - z^q w_x + s - z^q w &= 0, & s_z + v_x - u_y + u + v &= 0. \end{aligned}$$

Ба монанди [7] дар **пункти 2.5.5** барои системаи (1) масъалаи аввалаю-канориро мавриди таҳқиқ қарор медиҳем. «Бигузор Ω - конуси характеристикӣ, асоси кадоме G соҳаи маҳдуди ҳамвории $z = 0$ бошад.

Масъалаи IX. Дар конуси Ω ҳалли системаи (1), ки шартҳои канории

$$s(x, y, z)|_{\partial\Omega} = f(x, y, z),$$

$$u(x, y, z)|_{\partial G} = h(x, y), \text{ (ва ё } v(x, y, z)|_{\partial G} = h)$$

ва аввалаи зерин қонеъ мегардонад, ёфта шавад

$$w(x, y, z)|_{z=0} = \eta(x, y), \quad w_z(x, y, z)|_{z=0} = \sigma(x, y),$$

ки дар ин ҷо функцияҳои додашуда $f \in C(\partial\Omega)$, $h \in C^1(\bar{G})$, $\eta, \sigma \in C^2(G)$.

Исбот гардид, ки

Теоремаи 2.13. Масъалаи **IX** дар конуси характеристикӣ дорои ҳал аст ва он бо саҳеҳии ҷамъишавандаи ихтиёрии доимӣ муайян карда мешавад, ки ба функцияи $v(x, y, z)$ (ва ё функцияи $u(x, y, z)$) шомил аст.

Дар боби 3 (3.1-3.4) масъалаҳои канорӣ барои системаи м.х.х. бо чор тағйирёбандаи новобаста мавриди таҳқиқ қарор мегиранд.

Дар зербоби якуми боби 3 (п. 3.1.1) чунин системаи ғайриклассикии моделӣ дида баромада мешавад

$$\begin{aligned}
s_t - u_x - v_y + w_z &= 0, \\
s_x + u_t - v_z + w_y &= 0, \\
s_y + u_z + v_t - w_x &= 0, \\
s_z - u_y + v_x + w_t &= 0.
\end{aligned} \tag{10}$$

Муайянкунандаи характеристикии системаи (10) чунин намуд дорад

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)(\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 - \xi_3^2).$$

Дар нимфазои $R_+^4 = \{(t, x, y, z): (t, x, y) \in R^3, z > 0\}$ бо сарҳади $\Gamma = \{z = 0\}$ барои системаи (10) масъалаи зерин мавриди омӯзиш қарор дода шудааст.

Масъалаи X. Ҳалли системаи (10) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(R_+^4)$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$\begin{aligned}
w(t, x, y, z)|_{z=0} &= f(t, x, y), \quad w_z(t, x, y, z)|_{z=0} = g(t, x, y), \\
s(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_1(t, x, y), \\
u(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_2(t, x, y), \\
v(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_3(t, x, y),
\end{aligned}$$

ки дар ин ҷо функцияҳои $f(t, x, y) \in C^3(\Gamma)$, $g(t, x, y) \in C^2(\Gamma)$, ва функцияҳои $h_1(t, x, y), h_2(t, x, y), h_3(t, x, y) \in C(\Gamma)$.

Натиҷаи зербобии мазкур иборат аст аз

Теоремаи 3.1. Масъалаи X яққимата ҳалшаванда аст.

Формулаи ошкори ҳалли масъалаи мазкур ба даст оварда шудааст.

Дар идома, дар **п. 3.1.2** дар кунчи дурӯяи $E: \{y > 0, z > 0\}$ барои системаи боз ҳам умумитари намуди

$$\begin{aligned}
z^m(s_t - u_x - v_y) + w_z &= 0, \\
s_x + u_t - v_z + w_y &= 0, \\
s_y + u_z + v_t - w_x &= 0, \\
s_z - u_y + v_x + w_t &= 0
\end{aligned} \tag{11}$$

бо муайянкунандаи характеристикии

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2)(z^m[\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2] - \xi_3^2)$$

масъалаи дигаргункардашудаи аввалаю-канорӣ таҳқиқ карда мешавад

Масъалаи XI. Ҳалли системаи (11) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(E)$ ёфта шавад, ки дар беохири камшаванда ва шартҳои зеринро қонеъ гардонад

$$\begin{aligned}
k \lim_{z \rightarrow 0} z^{-(1+m)} w(t, x, y, z) &= \tilde{f}(t, x, y), \\
w(t, x, y, z)|_{y=0} &= g(t, x, z), \quad w_y(t, x, y, z)|_{y=0} = h(t, x, z), \\
U(t, x, y, z)|_{z=0} &= b(t, x, y),
\end{aligned}$$

дар ин ҷо $\tilde{f}(t, x, y) \in C^1(\Gamma)$, $g(t, x, z) \in C^3(\Gamma')$, $h(t, x, z) \in C^2(\Gamma')$, $b(t, x, y) \in C(\Gamma)$, а $k = \left(\frac{2+m}{2}\right)^{\frac{2m+2}{m+2}}$, $\Gamma = \{z = 0\}$, $\Gamma' = \{y = 0\}$.

Тасдиқоти зер ҷой дорад.

Теоремаи 3.2. Масъалаи **XI** дар кунҷи дурӯяи E ҳамеша ҳашиаванда ва ҳалли он дар намуди ошкор тасвир карда мешавад.

Дар идома, дар **п. 3.1.3** барои системаи м.х.х. [13-A]

$$\begin{aligned}
s_t - u_x - v_y + z^p w_z &= 0, \\
s_x + u_t - z^p v_z + w_y &= 0, \\
s_y + z^p u_z + v_t - w_x &= 0, \\
z^p s_z - u_y + v_x + w_t &= 0,
\end{aligned} \tag{12}$$

ки $p > 0$ бо муайянкунандаи характеристикии

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + z^{2p} \xi_3^2)(\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 - z^{2p} \xi_3^2)$$

дар нимфазои R_+^4 масъалаи зерин таҳқиқ карда шудааст:

Масъалаи XII. Ҳалли системаи (12) (s, u, v, w) аз синфи $C^1(R_+^4)$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$\begin{aligned}
w(t, x, y, z)|_{z=0} &= f(t, x, y), \quad \lim_{z \rightarrow 0} z^p w_z(t, x, y, z) = g(t, x, y), \\
s(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_1(t, x, y), \\
u(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_2(t, x, y), \\
v(t, x, y, z)|_{z=0} &= h_3(t, x, y),
\end{aligned}$$

дар ин ҷо функцияҳои $f(t, x, y) \in C^3(\Gamma)$, $g(t, x, y) \in C^2(\Gamma)$, ва функцияҳои $h_1(t, x, y)$, $h_2(t, x, y)$, $h_3(t, x, y) \in C(\Gamma)$.

Тасдиқоти зерин исбот карда шудааст.

Теоремаи 3.3. Масъалаи **XII** яққимата ҳашиаванда аст.

Формулаи ошқори ҳал барои масъалаи мазкур ба даст оварда шудааст.

Бигузор $\Omega \subset R^4$ – соҳаи фасеҳ буда дар нимфази $z > 0$ бо сатҳи Ляпунов γ ва соҳаи G -и гиперҳамвории $z = 0$ маҳдуд бошад. Зимнан γ якқимата ба G проектиронида мешавад. Бигузор $\Gamma = G \cup \gamma$ бошад.

Дар зербоби 3.2 барои системаи (12) масъалаи зерин таҳқиқ карда шудааст.

Масъалаи XIII. Дар соҳаи Ω ҳалли регулярии системаи (12) (s, u, v, w) ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$w(M, z)|_{z=0} = f(M), \lim_{z \rightarrow 0} z^p w_z(M, z) = g(M)$$

$$s|_{\Gamma} = \phi_1(M, z), \quad u|_{\Gamma} = \phi_2(M, z), \quad v|_{\Gamma} = \phi_3(M, z),$$

ки дар ин ҷо $M = (t, x, y)$, функцияҳои $f(M) \in C^3(G)$, $g(M) \in C^2(G)$, $\phi_1, \phi_2, \phi_3 \in C^1(\Gamma)$.

Тасдиқоти зерин ҷой дорад:

Теоремаи 3.4. Масъалаи XIII дар соҳаи Ω якқимата ҳаллашаванда аст ва ҳалли он дар намуди ошкор тасвир карда мешавад.

Бо воситаи Ω соҳаи маҳдуди фасеҳи зеринро ишора мекунем: $\{(t, x, y, z): t \in R^1, (x, y) \in G, 0 < z < \varphi(x, y)\}$, ки дар он $\varphi \in C^1(G)$ - сатҳи Ляпунов ва G - соҳаи маҳдуди R^2 аст. Бо ёрии $\Gamma = G \cup \varphi$ тамоми сарҳади соҳаро ишора мекунем.

Дар зербоби 3.3 системаи (10) бо аъзоҳои хурд мавриди омӯзиш қарор дода шудааст

$$\begin{aligned} s_t - u_x - v_y + w_z &= a_{11}s + a_{12}u + a_{13}v + a_{14}w, \\ s_x + u_t - v_z + w_y &= a_{21}s + a_{22}u + a_{23}v + a_{24}w, \\ s_y + u_z + v_t - w_x &= a_{31}s + a_{32}u + a_{33}v + a_{34}w, \\ s_z - u_y + v_x + w_t &= a_{41}s + a_{42}u + a_{43}v + a_{44}w. \end{aligned} \tag{13}$$

Масъалаи XIV. Дар соҳаи Ω ҳалли регулярии системаи (13) (s, u, v, w) ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ мегардонад

$$w(t, x, y, z)|_{z=0} = f_1(t, x, y), \quad w_z(t, x, y, z)|_{z=0} = f_2(t, x, y),$$

$$U(t, x, y, z)|_{\Gamma} = 0,$$

ки $f_1(t, x, y)$, $f_2(t, x, y)$ – функцияҳои кифоя суфтаи додашуда, $U = (s, u, v)$.

Тасдиқоти зерин ҷой дорад.

Теоремаи 3.5. Бигузори матритсаи коэффитсиентҳои назди аъзоҳои хурди системаи (13) намуди

$$A = \begin{pmatrix} -k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ -k_2 & -k_1 & k_4 & -k_3 \\ -k_3 & -k_4 & -k_1 & k_2 \\ -k_4 & k_3 & -k_2 & k_1 \end{pmatrix}$$

-ро дошта ва соҳаи Ω кифоя хурд бошад. Он гоҳ масъалаи **XIV** фредголмӣ мебошад.

Дар пункти 3.4.1-и зербоби 3.4 дар нимфазои $R_+^4 = \{(t, X): t > 0, X \in R^3\}$ бо сарҳади $\Gamma = \{t = 0\}$ системаи

$$\begin{aligned} s_t + u_x + v_y + w_z &= 0, \\ s_x + u_t + v_z - w_y &= 0, \\ s_y - u_z + v_t + w_x &= 0, \\ s_z + u_y - v_x + w_t &= 0, \end{aligned}$$

ва ё дар шакли векторӣ

$$\begin{aligned} s_t + \operatorname{div} U &= 0, \\ \operatorname{grad} s + U_t - \operatorname{rot} U &= 0, \end{aligned} \tag{14}$$

дида баромада шудааст, ки дар ин ҷо $U = (u, v, w)$, амалҳои grad , div ва rot аз рӯи тағйирёбандаҳои x, y, z ҳисоб карда мешаванд.

Бо воситаи $\mathcal{M}$ синфи функсияҳои (ва ё вектор-функсияҳои) $C^2(R_+^4) \cap C^1(\bar{R}_+^4)$ -ро ишора мекунем. Барои системаи (14) масъалаи зерин таҳқиқ карда шудааст.

Масъалаи XV. Ҳалли системаи (14) (s, U) аз синфи $\mathcal{M}$ ёфта шавад, ки шартҳои зеринро қонеъ гардонад:

$$\begin{aligned} s(0, X) &= s_0(X), \\ s_t(0, X) &= s_1(X), \\ U(0, X) &= U_0(X) \text{ и } \lim_{|x| \rightarrow \infty} U(t, X) = 0, t \geq 0. \end{aligned}$$

Дар ҳолати функсияҳои $s_0(X), s_1(X)$ ва вектор-функсия $U_0(X)$ суфта ва шартҳои иловагии муайянро қонеъ намудан формулаҳои ҳалли классикии масъалаи **XV** ҳосил карда шудааст.

Дар п. 3.4.2. системаи нисбатан ба (14) умумитар дида баромада шудааст [6-А]:

$$\begin{aligned}
a(t)s_t + u_x + v_y + w_z &= 0, \\
s_x + a(t)u_t + v_z - w_y &= 0, \\
s_y - u_z + a(t)v_t + w_x &= 0, \\
s_z + u_y - v_x + a(t)w_t &= 0,
\end{aligned} \tag{15}$$

ки дар ин чо $a(t)$ чунин функсияи дар $R_+ = [0, \infty)$ мебошад, ки $a(0) = 0$, $a(t) > 0$ барои $t > 0$, интегралҳои $\int_0^1 \frac{d\tau}{a(\tau)}$ наздикшаванда, ва интегралҳои $\int_1^\infty \frac{d\tau}{a(\tau)}$ дуршаванда аст.

Шакли характериистикии системаи (15) чунин намуд дорад

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (a^2 \xi_0^2 + |\xi|^2)(a^2 \xi_0^2 - |\xi|^2), \quad |\xi|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2.$$

Ҳамин тариқ, системаи (15) дар ҳар нуқтаи фазои $R^4 \setminus \{t = 0\}$ системаи навъи таркибӣ ба шумор рафта, ва дар гиперҳамвории $t = 0$ таназзул меёбад.

Системаи (15)-ро мисли системаи (14) дар шакли векторӣ менависем

$$\begin{cases} a(t)s_t + \operatorname{div} U = 0, \\ \operatorname{grad} s + a(t)U_t - \operatorname{rot} U = 0. \end{cases} \tag{16}$$

Барои системаи (16) масъалаи зерин таҳқиқ карда шудааст.

Масъалаи XVI. Дар нимфазои R_+^4 ҳалли системаи (16) аз синфи $\mathcal{M}$, ёфта шавад, ки барои ҳар кадом $t \geq 0$ ба фазои S' тааллуқ дошта шартҳои зеринро қонеъ гардонад:

$$\begin{aligned}
s(0, X) &= s_0(X), \\
\lim_{t \rightarrow +0} a(t)s_t(t, X) &= s_1(X), \\
U(0, X) &= U_0(X),
\end{aligned}$$

дар ин чо s_0, s_1, U_0 — функсияҳои дар R^3 додашудаи синфи S' .

Ягонагии ҳалли масъалаи XVI исбот ва формулаҳои ҳал ҳосил карда шудааст.

Дар п. 3.4.3 дар нимфазои $R_+^4 = \{t > 0\}$ боз як системаи умумиятдои имконпазири системаи (14) дар намуди зерин дида баромада шудааст

$$\begin{aligned}
s_t + a(t)(u_x + v_y + w_z) &= 0, \\
s_x + u_t + v_z - w_y &= 0, \\
s_y - u_z + v_t + w_x &= 0, \\
s_z + u_y - v_x + w_t &= 0
\end{aligned}$$

ва ё

$$\begin{aligned} s_t + a(t) \operatorname{div} U &= 0, \\ \operatorname{grad} s + U_t - \operatorname{rot} U &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

ки дар ин ҷо $a(t)$ – чунин функсияи дар R_+ бефосила буда $a(0) = 0, a(t) > 0 \forall t > 0$ ва интеграл $\int_0^\infty a(\rho) d\rho$ дуршаванда аст.

Барои системаи (17) бо муайянкунандаи характикии

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \xi_2, \xi_3) = (\xi_0^2 + |\xi|^2)(\xi_0^2 - a(t)|\xi|^2), \quad |\xi|^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$$

масъалаи зерин мавриди омӯзиш қарор дода шудааст:

Масъалаи XVII. Чунин ҳалли системаи (17) аз синфи $\mathcal{M}$, ёфта шавад, ки барои ҳар кадом $t \geq 0$ ба фазои S' тааллуқ дошта шартҳои зеринро қонеъ гардонад:

$$\begin{aligned} s(0, X) &= s_0(X), \\ \lim_{t \rightarrow +0} \frac{s_t(t, X)}{a(t)} &= s_1(X), \\ U(0, X) &= U_0(X), \end{aligned}$$

ки дар ин ҷо s_0, s_1, U_0 – функсияҳои дар R^3 додашудаи синфи S' .

Ҳалли масъалаи мазкур айнан ба монанди ҳалли масъалаи XVI ёфта мешавад ва бо формулаҳои зерин тасвир меёбад

$$\begin{aligned} s(t, X) &= v_t[\tau(t), X], \\ U(t, X) &= -\operatorname{grad} v[\tau(t), X] + \frac{\tau(t)}{\pi^2} \int_{R^3} \frac{U_0(Y) + \operatorname{grad} \varphi(Y)}{\{[\tau(t)]^2 + |X - Y|^2\}^2} dY. \end{aligned}$$

Бигузур G соҳаи маҳдуди R^3 бо сарҳади $\Gamma, \Omega = \{(t, X): t \geq 0, X \in G \subset R^3\}, P = \{(t, X): t > 0, X \in \Gamma\}$ бошад.

Дар п. 3.4.4 масъалаи зерин мавриди омӯзиш қарор дода шудааст:

Масъалаи XVIII. Дар Ω чунин ҳалли системаи (14) (s, U) ёфта шавад, ки ҳангоми $t = 0$ шартҳои аввали

$$\begin{aligned} s(0, X) &= \varphi_0(X), \quad s_t(0, X) = \varphi_1(X), \quad s(\infty, X) = 0, \\ U(0, X) &= \Phi(X), \quad \operatorname{div} U_t(0, X) = \Psi(X) \end{aligned}$$

ва канори

$$s(t, X)|_P = 0,$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} U|_P &= 0, \operatorname{rot} U|_P = 0, \operatorname{rot} U(\infty, X) = 0, \\ (n, U_t(0, X)) &= \varphi(X), \quad X \in \Gamma, \end{aligned}$$

-ро қонеъ гардонад. Дар ин ҷо n – вектори нормали воҳидӣ дар нуқтаи $X \in \Gamma$, $\varphi_0(X) \in C^3(R^3)$, $\varphi_1(X) \in C^2(R^3)$, $\Phi, \Psi, \phi \in C^\infty$.

Натиҷаи банди мазкур иборат аст аз

Теоремаи 3.7. *Агар $\varphi_0 \in C^4(\bar{G})$, $\varphi_1 \in C^3(\bar{G})$, $\Phi(X), \Psi(X) \in C^\infty(\bar{G})$, $\varphi(X) \in C^\infty(\Gamma)$ бошанд, он гоҳ масъалаи аввалаю-канории XVIII дорои ҳалли ягона ва он аз маълумотҳои аввала бефосила вобаста аст.*

ХУЛОСА

Дар интиҳо хулосаҳои асосиро меорем, ки дар натиҷаи таҳқиқоти диссертационӣ ба даст омадаанд.

- Дар заминаи системаи ғайриклассикии моделии тартиби якум м.х.х. системаи ғайриклассикии таназзулбандаи м.х.х. дар фазои се ва чор тағйирбандаи новобаста бо хусусиятҳои гуногуни таназзулбӣ дар сарҳади соҳа мураббат карда шуданд [1-А], [5-А], [6-А], [7-А], [8-А].

- Формулаҳои тасвири ҳалли умумии системаҳои ҳосилшуда тавассути ҳалли муодилаҳои Лапласа, EPD ва GASPT ёфта шуданд [1-А], [8-А].

- Теоремаи ягонагии ҳалли масъалаи Кошӣ дар нимфазои $R_+^3 = \{(x, y, z): (x, y) \in R^2, z > 0\}$ барои муодилаи Эйлер-Пуассон-Дарбу (EPD) ва масъалаи Дириле дар нимфазои R_+^3 барои муодилаи гидродинамикии меҳварсимметрии назарияи потенциалҳо (GASPT) исбот карда шуданд [7-А, 16-А, 17-А].

- Теоремаи мавҷудият ва формулаи ҳалли масъалаҳои канории омехта дар нимфазои R_+^3 барои системаҳои таркибии таназзулбандаи чор м.х.х., ҳосил карда шуданд [2-А, 3-А, 4-А, 7-А, 9-А, 16-А, 17-А].

- Теорема оиди нётерӣ будан ва индекси масъалаи намуди Риман-Гилберт дар соҳаҳои маҳдуди фазои сеченака барои системаҳои болозикр ва инчунин системаи муодилаҳо бо аъзоҳои хурд исбот карда шуданд [2-А, 3-А, 4-А, 10-А].

- Теоремаи мавҷудият ва формулаҳои ҳалли масъалаҳои канорӣ дар нимфазои $R_+^4 = \{(t, x, y, z): (t, x, y) \in R^3, z > 0\}$, кунҷи дурӯяи $E = \{(t, x, y, z): , y > 0, z > 0\}$ ва соҳаҳои маҳдуди фазои R_+^4 бо қисмати сарҳад дар гиперҳамвории $z = 0$ барои системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи тартиби якуми чор м.х.х. бо чор тағйирбандаи новобаста исбот карда шуд [5-А, 6-А, 11-А, 13-А, 14-А, 15-А, 18-А].

- Теорема доир ба фредгольмӣ будани масъалаи аввалаю-канорӣ барои системаҳои ғайриклассикии чор м.х.х. бо аъзоҳои хурд исбот карда шуд.

Тавсияҳо доир ба истифодаи амалии натиҷаҳои диссертатсия

Натиҷаҳое, ки дар рафти таҳқиқоти анҷомдодашуда ба даст омадаанд, асосан хусусияти назариявӣ доранд. Усулҳои таҳияшудаи ҳалли масъалаҳои канорӣ метавонанд ҳангоми омӯзиши синфҳои гуногуни системаҳои ғайриклассикии м.х.х., аз ҷумла системаҳои таназзулбандаи се- ва чорченака, истифода шаванд.

Натиҷаҳои диссертатсия ва усулҳои дар он рушд ёфта метавонанд дар таҳқиқоти назарияи масъалаҳои канорӣ ва масъалаҳои аввалаю канорӣ барои системаҳои ғайриклассикии м.х.х. дар соҳаҳои маҳдуд ва номаҳдуди бисёрченака татбиқ гарданд.

Методологияи дар бобҳои дуум ва сеюми диссертатсия пешниҳодшуда дорои аҳамияти амалӣ мебошанд ва метавонанд ҳангоми таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои м.х.х., ки дар илмҳои амалӣ, аз қабили физика, механика ва гидродинамика, дучор мешаванд, инчунин ҳангоми таълими курсҳои махсус барои донишҷӯёни курсҳои болоӣ, магистрантон ва докторантони муассисаҳои таҳсилоти олий, ки аз рӯи ихтисосҳои «Математика», «Математикаи амалӣ» ва «Механика» таҳсил менамоянд, истифода шаванд.

РҶҲАТИ АДАБИЁТ

А) РҶҲАТИ САРЧАШМАҲОИ ИЛМИИ ИСТИФОДАШУДА

1. Бойматов, К.Х. Об асимптотике спектра вырожденно-эллиптических дифференциальных операторов, далеких от самосопряженных [Текст] / К.Х. Бойматов // Докл. РАН. – 1995, - Т.345. - №3. - С. 295-299.

2. Исхоков, С.А. О конечномерности ядра некоторых вырождающихся эллиптических операторов недивергентного типа [Текст] / С.А. Исхоков // Доклады НАНТ. - 2022. Т. 65, №3-4. – С. 157 – 161.

3. Келдыш, М.В. О некоторых случаях вырождения уравнений эллиптического типа на границе области [Текст] / М.В. Келдыш // ДАН СССР. - 1951. - Т.77. - №2. - С. 181–183.

4. Кудрявцев, Л.Д. О решении вариационным методом эллиптических уравнений, вырождающихся на границе области [Текст] / Л.Д. Кудрявцев // ДАН СССР. - 1956. - Т.108. - №1. - С. 16–19.

5. Михайлов Л.Г. Новый класс особых интегральных уравнений и его применение к дифференциальным уравнениям с сингулярными коэффициентами [Текст] / Л.Г. Михайлов. - Душанбе, 1963. – 183 с.

6. Раджабов, Н.Р. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или

сингулярными поверхностями [Текст] / Н.Р. Раджабов. – Душанбе: Изд-во ТГУ им. В.И. Ленина, 1982, часть 3. – 170 с.

7. Сафаров, Д.Х. Об одном аналоге системы Мойсила-Теодореско [Текст] / Д.Х. Сафаров // ДАН СССР. - 1984. - Т.277. №5. - С. 1070–1073.

8. Сафаров, Д.Х. Граничные задачи для многомерных неклассических систем уравнений в частных производных: автореф. дис. докт. физ.-мат. наук [Текст] / Д.Х. Сафаров. – Новосибирск, 1996.

9. Смирнов, М.М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения [Текст] / М.М. Смирнов. – М.: Наука, 1966. – 292 с.

10. Усманов З.Д. Обобщенные системы Коши-Римана с сингулярной точкой [Текст] / З.Д. Усманов. Душанбе, 1993. - 244 с.

11. Vekua I.N. On one of the elliptic systems with singularities [Text] / I.N. Vekua // Proc. Intern. Conf. on Functional Analysis and Related Topics. Tokyo. 1969. – P. 142 – 147.

Б) КОРҶОИ НАШРКАДАИ МУАЛЛИФ ОИД БА МАВЗЌИ ДИССЕРТАЦИЯ

**Дар маҷаллаҳои тақризшавандаи аз ҷониби ҚОА-и назди Президенти
Ҷумҳурии Тоҷикистон тавсияшуда:**

1-М. Файзиев М.Г. Формулы представления общего решения одной неклассической системы уравнений первого порядка [Текст] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. 2011. 9(73). - С. 3–7.

2-М. Файзиев М.Г. О неклассических системах уравнений с частными производными первого порядка с переменными коэффициентами [Текст] / М.Г. Файзиев // Доклады АН РТ. 2014. - Т.57, №8. - С. 644–652.

3-М. Файзиев М.Г. О вырождающихся неклассических системах уравнений первого порядка [Текст] / М.Г. Файзиев // Известия АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н. 2014. №3(156). - С. 20–28.

4-М. Файзиев М.Г. Граничные задачи для вырождающихся неклассических систем уравнений первого порядка [Текст] / М.Г. Файзиев // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. 2014. 1/3(134). - С. 14–18.

5-М. Файзиев М.Г. О системах дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка [Текст] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Доклады АН РТ. 2015. - Т.58, №2. - С. 376–382.

6-М. Файзиев М.Г. Об одной краевой задаче для некоторых классов систем составного типа [Текст] / С. Байзаев, М.Г. Файзиев // Учёные записки Худжандского госуниверситета им. академика Б. Гафурова (Серия естественные и экономические науки). 2021, № 2(57). - С.8-14.

7-М. Файзиев М.Г. О единственности решения краевых задач для некоторых классов вырождающихся уравнений с частными производными [Текст] / С.

Байзаев, М.Г. Файзиев // Вестник Таджикского национального университета (Серия естественных наук). 2021. № 4. - С. 129-139.

Дар нашрияҳои дигар:

8-М. Файзиев М.Г. К теории неклассических систем уравнений первого порядка с переменными коэффициентами [Текст] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Материалы международной научной конференции Современные проблемы теории дифференциальных уравнений и математического анализа, посвященной 80-летию академика АН Республики Таджикистан Джураева А.Д. Душанбе, 7-8 декабря 2012 г., с. 94–96.

9-М. Файзиев М.Г. Краевые задачи для неклассических систем уравнений с частными производными первого порядка [Текст] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Материалы XI Школы молодых ученых "Нелокальные краевые задачи и проблемы современного анализа и информатики". Кабардино-Балкарская Республика, п.Терскол, 4 - 8 декабря 2013 г., с. 65–69.

10-М. Файзиев М.Г. Об одной общей вырождающейся неклассической системе первого порядка [Текст] / М.Г. Файзиев // Учёные записки Худжандского госуниверситета им. академика Б.Гафурова (специальный выпуск). 2014. 2(29), часть 1. С. 258–261.

11-М. Файзиев М.Г. Четырёхмерный аналог неклассических систем уравнений первого порядка [Текст] / М.Г. Файзиев // Материалы республиканской научной конференции "Неклассические уравнения математической физики и их приложения" с участием зарубежных ученых. Узбекистан, Ташкент, 23-25 октября 2014 г., с. 102-103.

12-М. Файзиев М.Г. About the systems of partial differential equations of first order [Text] / Д.Х. Сафаров, М.Г. Файзиев // Materials of the VIII international research and practice conference "Science and Education". Munich - Germany, March 19th – 20th, 2015, p. 286–292.

13-М. Файзиев М.Г. Об одном обобщении четырёхмерного аналога неклассических систем уравнений [Текст] / М.Г. Файзиев // Материалы республиканской научно-теоретической конференции "Актуальные проблемы современной математики и её преподавания". Душанбе, 20 декабря 2014 г., с. 141–144.

14-М. Файзиев М.Г. Неклассические системы уравнений первого порядка с применением уравнений векторных полей [Текст] / М.Г. Файзиев // Тезисы докладов республиканской научной конференции "Современные методы математической физики и их приложения" с участием зарубежных ученых. Узбекистан, Ташкент, 15 - 17 апреля 2015 г., с. 208–210.

15-М. Файзиев М.Г. Об одной четырехмерной неклассической системы уравнений с переменными коэффициентами [Текст] / М.Г. Файзиев //

Материалы международной научной конференции «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений», посвященной 80-летию член-корреспондент АН Республики Таджикистан Стеценко В.Я. Душанбе, 27-28 апреля 2015 г., с. 142–143.

16-М. Файзиев М.Г. О единственности решения краевых задач для некоторых классов вырождающихся гиперболических уравнений с частными производными [Текст] / С. Байзаев, М.Г. Файзиев // Материалы республиканской научно-теоретической конференции «Современные проблемы прикладной математики и её роль в развитии технического мышления молодёжи», посвящённой 30-летию Государственной независимости Республики Таджикистан, 30-летие основания кафедры информатики и вычислительной математики, «Двадцатилетие обучения и развития естественных, точных и математических наук в области нуки и образования». Хучанд, 29-30 ноября 2021г., с. 95-97.

17-М.Файзиев М.Г. О единственности решения краевых задач для некоторых классов вырождающихся эллиптических уравнений с частными производными [Текст] / С. Байзаев, М.Г. Файзиев // Материалы международной научно-практической конференции «О применении дифференциальных уравнений в решении практических задач». Душанбе, 4 ноября 2021г., с. 26-29.

18-M. Fayziev M. G. On boundary value problems in a half-space for some classes of systems of composite type [Text] / S. Bayzaew, M. G. Fayziev // Abstracts of the VII International scientific conference “Modern problems of applied Mathematics and Information Technologies Al-Khwarizmi 2021” dedicated to the 100th anniversary of the academician Vasil Kabulovich Kabulov, 15-17 November, 2021, Fergana, Uzbekistan, p. 115.

АННОТАТСИЯ

ба диссертатсияи Файзиев Мубинчон Ғафорович дар мавзӯи «Таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои системаҳои ғайриклассикии (таркибии) таназзулбандаи се- ва чорченакаи муодилаҳои дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби якум» барои дарёфти дараҷаи илмӣ номзади илмҳои физикаю математика аз рӯи ихтисоси 1.1.3. Муодилаҳои дифференсиалӣ, системаҳои динамикӣ ва идоракунии оптималӣ

Калидвожаҳо: системаҳои ғайриклассикӣ, системаҳои ғайриклассикии таназзулбанда бо аъзоҳои хурд, масъалаҳои канорӣ ва аввалаю канорӣ, нётерӣ.

Мақсади кор аз таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои системаҳои таркибии таназзулбандаи м.х.х. тартиби якуми се- ва чорченака иборат мебошад. Аз ҷумла, дар соҳаҳои номаҳдуд, ба монанди нимфазо, масъалаҳои аввалаю-канорӣ ва масъалаҳои дигаргункардашудаи аввалаю-канорӣ ва дар соҳаҳои маҳдуд масъалаи омехта ва масъалаи канории намуди Риман-Гилбертро таҳқиқ кардан аст.

Методҳои таҳқиқот. Дар рисола асосан усули аналитикии назарияи м.х.х., усули назарияи функцияҳои тағйирёбандашон комплексӣ, назарияи матритсаҳо ва таҳлили функционалӣ истифода шудаанд.

Навгониҳои илмӣ диссертатсия аз зеринҳо иборатанд:

- дар заминаи системаи моделии ғайриклассикии м.х.х. тартиби якум, системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи м.х.х. дар фазоҳои сеченака ва чорченака бо хусусиятҳои гуногуни таназзулбӣ дар сарҳади соҳа сохта ва тасвири ҳалли умумии онҳо ба даст оварда шуданд;
- теоремаҳои мавҷудият ва формулаҳои ҳалли масъалаҳои канории омехта дар R_+^3 барои системаҳои таркибии таназзулбандаи чор м.х.х. ба даст оварда шуданд;
- теорема доир ба нётерӣ будан ва индекси масъалаи Риман-Гилберт барои системаҳои болозикр ва системаҳо бо аъзоҳои хурд исбот карда шуданд;
- дар нимфазои R_+^4 , кунҷи дурӯяи E ва соҳаҳои маҳдуди фазои R_+^4 барои системаҳои ғайриклассикии таназзулбандаи чор муодилаҳои тартиби якум бо чор тағйирёбандаи новобаста теоремаи мавҷудияти ҳалли масъалаҳои канорӣ исбот ва формулаҳои ҳал ҳосил карда шуданд;
- теорема доир ба фредгольмӣ будани масъалаи аввалаю-канорӣ барои системаҳои ғайриклассикии чорченака бо аъзоҳои хурд исбот карда шудааст.

Тавсия доир ба истифодаи амалии рисола. Натиҷаҳои, ки дар рафти таҳқиқоти анҷомдодашуда ба даст омадаанд, асосан хусусияти назариявӣ доранд. Усулҳои таҳияшудаи ҳалли масъалаҳои канорӣ метавонанд ҳангоми омӯзиши синфҳои гуногуни системаҳои ғайриклассикии м.х.х., аз ҷумла системаҳои таназзулбандаи се- ва чорченака, истифода шаванд.

Методологияи дар бобҳои 2-юм ва 3-юми диссертатсия пешниҳодшуда дорои аҳамияти амалӣ мебошанд ва метавонанд ҳангоми таҳқиқи масъалаҳои канорӣ барои системаҳои м.х.х., ки дар илмҳои амалӣ, аз қабили физика, механика ва гидродинамика, дучор мешаванд, инчунин ҳангоми таълими курсҳои махсус барои донишҷӯёни курсҳои болоӣ, магистрантон ва докторантони муассисаҳои таҳсилоти олӣ, ки аз рӯи ихтисосҳои «Математика», «Математикаи амалӣ» ва «Механика» таҳсил менамоянд, истифода шаванд.

АННОТАЦИЯ

диссертации Файзиева Мубинджона Гафаровича на тему «Исследование краевых задач для вырождающихся трёх- и четырёхмерных неклассических (составных) систем дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: неклассические системы, вырождающиеся системы, неклассические вырождающиеся системы с младшими членами, краевые и начально-краевые задачи, нётеровость.

Целью диссертационной работы является исследования краевых задач для трёх- и четырёхмерных вырождающихся составных систем у.ч.п. первого порядка. В неограниченных областях типа полупространства исследовать начально-краевые и видоизменённые начально-краевые задачи, а в ограниченных областях исследовать смешанные и граничные задачи типа задачи Римана-Гильберта.

Методы исследования. В диссертации использовались аналитические методы теории дифференциальных уравнений с частными производными, методы теории функций комплексного переменного, теории матриц и функционального анализа.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

- на основе модельной неклассической системы у.ч.п. первого порядка созданы вырождающиеся системы у.ч.п. в трёхмерных и четырёхмерных областях с разными характерами вырождения на границе областей, и найдены формулы представления общего решения полученных систем;
- получены теоремы существования и формулы решений смешанных краевых задач в R_+^3 для вырождающихся составных систем четырех у.ч.п.
- получены утверждения касательно нётеровости задачи Римана-Гильберта и найдены индекс задач для выше указанных и систем с младшими членами;
- доказаны теоремы существования и найдены формулы решений краевых задач в полупространстве R_+^4 , в двугранном угле E и в ограниченной области из R_+^4 , а также для вырождающихся неклассических систем четырех уравнений первого порядка с четырьмя независимыми переменными;
- установлена теорема о фредгольмовости начально-краевых задач для неклассических систем четырех уравнений с младшими членами.

Рекомендации по практическому использованию результатов исследований. Результаты диссертации в основном носят теоретический характер. Разработанные методы решения краевых задач могут быть использованы при дальнейшем изучении различных классов неклассических систем у.ч.п., в том числе вырождающихся трёх- и четырёхмерных систем. Разработки, представленные во 2-й и 3-й главах диссертации, обладают практической значимостью и могут применяться при исследовании краевых задач для у.ч.п., встречающиеся в прикладных науках, а также при чтении специальных курсов для студентов старших курсов, магистрантов и докторантов вузов, обучающихся по специальностям «Математика», «Прикладная математика» и «Механика».

ABSTRACT

of Fayziev Mubindjon Gafarovich's dissertation on «Investigation of boundary value problems for degenerate three- and four-dimensional nonclassical (composite) systems of partial differential equations of the first order» for the degree of Candidate of Sciences in Physics and Mathematics, specialty 1.1.3. Differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: non-classical systems, degenerate systems, non-classical degenerate systems with lower terms, boundary value and initial-boundary value problems, Noetherian property.

The aim of the dissertation is to investigate boundary value problems for three- and four-dimensional degenerate composite systems of first-order partial differential equations. In unbounded domains of the half-space type, initial-boundary value problems and modified initial-boundary value problems are studied, while in bounded domains, mixed boundary value problems and boundary value problems of the Riemann–Hilbert type are investigated.

Research methods. The dissertation employed analytical methods of the theory of partial differential equations, methods of the theory of functions of a complex variable, matrix theory, and functional analysis.

Scientific novelty. The following new results were obtained in this dissertation:

- based on a model nonclassical system of first-order partial differential equations, degenerate systems of partial differential equations in three- and four-dimensional domains with different types of degeneration on the boundary of the domains were constructed, and representation formulas for the general solutions of the obtained systems were derived;
- existence theorems and solution formulas for mixed boundary value problems in R_+^3 were obtained for degenerate composite systems of four partial differential equations.
- results concerning the Noether property of the Riemann–Hilbert problem were established, and the indices of these problems were determined for the above-mentioned systems as well as for systems containing lower-order terms.
- existence theorems were proved and solution formulas were derived for boundary value problems in the half-space R_+^4 , in the dihedral angle E , and in bounded domains of R_+^4 for degenerate nonclassical systems of four first-order equations with four independent variables.
- a theorem on the Fredholm property of initial-boundary value problems for nonclassical systems of four equations with lower-order terms was established.

Recommendations for the practical use of research results. The results of the dissertation are predominantly theoretical in nature. The developed methods for solving boundary value problems can be used in the further study of various classes of nonclassical systems of partial differential equations, including degenerate three- and four-dimensional systems. The developments presented in Chapters 2 and 3 of the dissertation are of practical significance and may be applied to the investigation of boundary value problems for partial differential equations arising in applied sciences, such as physics, mechanics, and hydrodynamics. They may also be used in teaching specialized courses for senior undergraduate students, master's students, and doctoral students majoring in «Mathematics», «Applied Mathematics», and «Mechanics».