

В диссертационный совет 6D.KOA - 084
при Таджикском государственном уни-
верситете права, бизнеса и политики

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Файзиева Мубинджона Гафоровича по теме «Исследование краевых задач для вырождающихся трёх- и четырёхмерных неклассических (составных) систем дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

1. Соответствие темы и содержания диссертации паспорту научной специальности. Тема диссертации «Исследование краевых задач для вырождающихся трёх- и четырёхмерных неклассических (составных) систем дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка» соответствует специальности 1.1.3. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а содержание диссертации соответствует следующим пунктам раздела III – области исследований паспорта указанной научной специальности:

- п. 1 – Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;
- п. 2 – Начально-краевые и спектральные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;
- п. 3 – Качественная теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений;
- п. 6 – Аналитическая теория дифференциальных уравнений.

2. Актуальность темы исследования. Математические модели ряда задач гидродинамики и аэродинамики, теории бесконечно малых изгибаний поверхностей приводятся к вырождающимся уравнениям или системам уравнений в частных производных. Таким уравнениям и системам по-

священы научных труды М.В. Келдыша, А.В. Бицадзе, академиков Национальной академии Таджикистана Л.Г. Михайлова, А. Джураева, Н.Р. Раджабова, З.Д. Усманова. В монографиях и статьях названных академиков для вырождающихся уравнений в частных производных рассмотрены задачи представления решений, разнообразные граничные задачи, в том числе начально-краевые задачи, изучены свойства решений. Дифференциальные уравнения неклассического (составного) типа исследованы Джураевым А.Д., Враговым В.Н., Салахитдиновым М.С., Джураевым Т.Д., в трудах которых заложены основы теории названных систем. Вырождающиеся неклассические уравнения и, тем более, вырождающиеся системы неклассического типа мало исследованы. В этой связи весьма актуальным является вопрос развития теории многомерных неклассических систем уравнений, вырождающихся на границе области.

3. Степень новизны результатов диссертации и выносимых на защиту научных положений. Результаты, полученные в диссертации – это теоремы существования и единственности решения граничных задач, формулы решений граничных и начально-краевых задач, теоремы о нётеровости задач типа задачи Римана-Гильберта и формулы индекса задачи для большого класса вырождающихся многомерных неклассических систем уравнений, а также положения, выносимые на защиту, являются новыми научными фактами и дополняют теорию указанных систем.

4. Обоснованность и достоверность выраженных в диссертации выводов и рекомендаций. Научные положения и выводы, изложенные в диссертации, не вызывают сомнений. Все теоремы, утверждения и полученные формулы научно обоснованы и подкреплены строгими доказательствами с использованием методов теории уравнений с частными производными, теории аналитических функций и функционального анализа.

5. Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, общей характеристики, четырех глав, заключения и списка литературы из 143 наименований. Общий объём диссертации 148 страниц.

Во введении определены цель, задачи, объект и предмет исследования, изложены научная новизна, теоретическая и научно-практическая значимость полученных результатов.

В главе 1 приведен аналитический обзор работ, близких к теме диссертации.

В главе 2, состоящей из 5 параграфов, исследованы граничные задачи для систем неклассического типа с тремя независимыми переменными, имеющие разнообразные вырождения.

В §2.1 приводятся основные понятия, формулы и утверждения, используемые в дальнейшем.

В §2.2 получены формулы представления общего решения рассматриваемых неклассических систем, которые выражаются через известные решения уравнений второго порядка.

В параграфах 2.3 и 2.4 исследованы четыре начально-краевые задачи для следующих вырождающихся неклассических систем

$$\begin{aligned} u_x + v_y - z^p w_z &= 0, & s_x - v_z + w_y &= 0, \\ s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z - u_y + v_x &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $p \in (3/2, 2)$,

$$\begin{aligned} u_x + v_y - w_z &= 0, & z^p s_x - v_z + w_y &= 0, \\ z^p s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z + z^q (v_x - u_y) &= 0, \end{aligned}$$

где p, q - одновременно не равные нулю, причем $p + q + 2 > 0, q > -1$,

$$\begin{aligned} u_x + v_y - z^m w_z &= 0, & z^\mu s_x - v_z + z^m w_y &= 0, \\ z^\mu s_y + u_z - z^m w_x &= 0, & z^\mu s_z - u_y + v_x &= 0, \end{aligned}$$

где $\mu > 1, m > 3$,

$$\begin{aligned} z^m (u_x + v_y) - w_z &= 0, & z^n (s_x + w_y) - v_z &= 0, \\ z^n (s_y - w_x) + u_z &= 0, & s_z + z^p (v_x - u_y) &= 0, \end{aligned}$$

где числа m, n, p подчинены следующим условиям: $p > -1, m + n + 2 > 0, n + 2m + 3 < 0$. Относительно разрешимости этих задач доказаны теоремы 2.5 - 2.8.

В §2.5 для системы (1) при $p < 1$ и более общей системы установлена нётеровость выдоизмененной начально-краевых задач и найден индекс этих задач (теоремы 2.9 – 2.10).

В главе 3, состоящей из 4 параграфов, исследованы граничные задачи для вырождающихся систем неклассического типа с четырьмя независимыми переменными.

В §3.1 в начале для модельной системы доказана однозначная разрешимость краевой задачи в полупространстве (теорема 3.1), затем установлены разрешимость краевых задач для более общих систем в двугранном угле и в полупространстве, причем для случая полупространства найдены формулы решений (теоремы 3.2 – 3.3). В §3.2 доказана однозначная разрешимость краевой задачи в ограниченной области и найдено решение в явном виде (теорема 3.4).

В §3.3 для системы с младшими членами доказана фредгольмовость краевой задачи в ограниченной области (теорема 3.5).

В §3.4 для систем

$$\begin{cases} a(t)s_t + \operatorname{div} U = 0, \\ \operatorname{grad} s + a(t)U_t - \operatorname{rot} U = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_t + b(t)\operatorname{div} U = 0, \\ \operatorname{grad} s + U_t - \operatorname{rot} U = 0, \end{cases}$$

где $a(t), b(t)$ такие непрерывные на $R_+ = [0, \infty)$ функции, что $a(0) = b(0) = 0$, $a(t) > 0$, $b(t) > 0$ при $t > 0$, интеграл $\int_0^1 \frac{d\tau}{a(\tau)}$ сходящийся, а интегралы $\int_1^\infty \frac{d\tau}{a(\tau)}$ и $\int_0^\infty b(\tau)d\tau$ расходящиеся, доказана однозначная разрешимость краевых задач в полупространстве $R_+^4 = \{(t, x, y, z): t > 0\}$ и получены формулы для решения.

В главе 4 подытожены основные результаты работы и даны выводы и рекомендации по применению результатов диссертации.

6. Научное и практическое значение диссертации. Диссертационное исследование в основном носит теоретический характер. Результаты,

полученные в диссертации, пополняют теорию вырождающихся неклассических уравнений и систем уравнений в частных производных. Их можно использовать при исследовании новых классов уравнений с частными производными и в учебном процессе в вузах и научно-исследовательских учреждениях Республики Таджикистан с математическим профилем.

7. Публикация результатов исследования по теме диссертации. Результаты исследования нашли отражение в 18 научных работах, в том числе 7 работ в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

8. Соответствие оформления диссертации установленным требованиям. Оформление диссертации соответствует требованиям Порядка присуждения ученых степеней, утверждённого постановлением Правительства Республики Таджикистан от 28 августа 2026 года, № 591.

Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации и требованиям к оформлению.

В диссертации имеются отдельные недостатки технического характера, например:

- 1) На стр. 10 автореферата вместо выражения « $f(x, y)$ –ограниченная функция» должно быть « $f(x, y)$ –ограниченная»;
- 2) На стр. 99 диссертации в начале параграфа 3.3 вместо выражения «где $\varphi \in C^1(G)$ - поверхностью Ляпунова» должно быть «где $z = \varphi \in C^1(G)$ - поверхность Ляпунова»

Указанные замечания и недостатки в целом не снижают качество и положительную научную оценку диссертации.

В целом диссертация Файзиева Мубинджона Гафоровича на тему «Исследование краевых задач для вырождающихся трёх- и четырёхмерных неклассических (составных) систем дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.3. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное

управление, выполнена на высоком научном уровне, соответствует требованиям Порядка присуждения ученых степеней, утверждённого постановлением Правительства Республики Таджикистан от 28 августа 2026 года, № 591, и её автор Файзиев М.Г. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент:

заместитель директора по науке
и образованию Института математики
имени академика А. Джураева НАНТ,
доктор физико-математических наук



Каримов О.Х.

Подпись Каримова О.Х. заверяю:
Начальник ОК Института математики
имени академика А. Джураева НАНТ



Юсупова З.

Юридический адрес организации:
734036, Республика Таджикистан,
г. Душанбе, ул. Айни, 299/4
Тел.: (+992 37) 225-80-89
E-mail: datamintas@gmail.com

« 24 » 09 2026 г.