

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Охунзода Нозимджона Кобила
Интегральное представление решений и граничные задачи для некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений специального типа с тремя слабо сингулярными, сингулярными или сверхсингулярными точками,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.02 -
"Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление"

Актуальность темы диссертации

В диссертационной работе Охунзода Н.К. изучаются уравнения специального типа

$$A_{(a),(b)}^n y = f(x) \prod_{i=1}^3 |x - b_i|^{-\alpha_i}, \quad x \in \Gamma_{(b)}, \quad (1)$$

где

$$A_{(a),(b)} y \equiv y' + p(x) \left(\prod_{i=1}^3 |x - b_i|^{-\alpha_i} \right) y - q(x) \prod_{i=1}^3 |x - b_i|^{-\alpha_i},$$

$\Gamma_{(b)} = \Gamma \setminus (b)$, $\Gamma = (a, b)$, $(b) = \{b_1, b_2, b_3\}$, $a \leq b_1 < b_2 < b_3 \leq b$, $(\alpha) = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, $\alpha_i > 0$ – действительные числа, n – натуральное число, b_i , $i = 1, 2, 3$ – сингулярные (особые) точки уравнения с соответствующим порядком сингулярности (особенности) α_i , а $p(x)$, $q(x)$ и $f(x)$ – известные функции.

Обыкновенные дифференциальные уравнения с особыми точками разного типа и порядка имеют громадные приложения, например в нелинейной механике, теории нелинейных колебаний, в таких явлениях физики, как разрывы, быстрые переходы, краевые эффекты, теории оптимальных аэродинамических форм и др. Яркими примерами подобных уравнений являются уравнения Бесселя, Лагерра, Эрмита, Чебышева, Лежандра, Эйри, гипергеометрического уравнения, уравнение Эйлера-Лагранжа и других.

Обыкновенные дифференциальные уравнения с особыми точками разного порядка, также имеют важные приложения при изучении дифференциальных уравнений в частных производных, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра с особыми ядрами и их переопределенных систем.

В настоящее время нет общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений с особыми точками, но в связи с вышесказанным их изучение становится важным и привлекает внимание все большее количество исследователей. Исследованию обыкновенных дифференциальных уравнений с особенностями различных типов и порядков посвящены работы В.П. Глушко, Н.Р. Раджабова, Л.Г. Михайлова, Е.И. Моисеева, В.А. Садовниченко, И.Т. Кигурадзе, Б.Л. Шехтер, Э. Мухамадиева, И.С. Ломова, С. Байзаева, А.Н. Наимова, А.Сатторова, С.К.Зарифзода, А.Г. Олими, R.P. Gilbert, H. Begehr, J. Elschner и многих других авторов. В построении теории указанных уравнений немаловажную роль играет разработанный Н.Р. Раджабовым новый метод изучения обыкновенных дифференциальных уравнений с одной и многими особыми точками, связанный с их расположением. В диссертации Охунзода Н.К. уравнения типа (1) изучаются комбинированием способов, разработанных Н.Р. Раджабовым и А.Г.Олими.

На основании всего вышесказанного считаем, что тема диссертационного исследования Охунзода Н.К. является актуальным.

Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которым диссертация представляется к защите

Диссертация Охунзода Н.К. по теме, содержанию, результатам, научным выводам, уровню и качеству подготовки вполне соответствует специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, по которой диссертационному совету 6D.KOA-084 предоставлено право на проведение защиты кандидатских диссертаций. Работа соответствует паспорту данной научной специальности, а именно её первой части формулы (разрешимость и свойства решений обыкновенных дифференциальных уравнений) и пунктам 1, 2, 7 области исследований. Данная диссертация относится к фундаментальным математическим исследованиям, которые входят в приоритетные направления научных и научно-технических исследований в Республике Таджикистан и тесно связана с исследованиями по теории сингулярных обыкновенных дифференциальных уравнений, проводимыми в Таджикистане под руководством академика НАНТ Н.Р. Раджабова.

Степень научной новизны результатов диссертации и научных положений, выносимых на защиту

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и состоят в следующем:

— для уравнений специального типа (1): с двумя граничными и одной внутренней сингулярной точками, с двумя граничными и одной внутренней слабо сингулярной точками, с тремя внутренними сверхсингулярными точками, с одной левой граничной слабо сингулярной и двумя внутренними сингулярными точками, получено представление общего решения в интегральном виде, зависящее от n произвольных постоянных;

— изучено свойства полученных интегральных представлений общего решения рассматриваемых уравнений. Установлена возможность рассмотрения и использования полученных представлений в четырёх равносильных формах, найдены характеристические равенства, представляющие собой формулы обращения представлений;

— изучено поведение решений рассматриваемых уравнений в окрестности особых точек;

— для рассматриваемых уравнений типа (1) с помощью полученных интегральных представлений общего решения поставлены и исследованы граничные задачи Коши-Рикье и задачи типа линейного сопряжения с условиями в особых точках.

Обоснованность и достоверность выводов и рекомендаций, изложенных в диссертации

Научные положения и выводы диссертации получены с применением общих методов теории дифференциальных уравнений, современных методов исследования обыкновенных дифференциальных уравнений со многими особыми точками на основе анализа работ, близких к теме исследования, на базе известных и общепризнанных результатов, полученных в последние годы по теории сингулярных обыкновенных дифференциальных уравнений с одной особой точкой.

Достоверность результатов диссертации обеспечивается наличием строгих математических доказательств теорем, утверждений, заключений, полученных в исследовании и в соответствии с результатами других авторов.

Объем и структура диссертации

Диссертация Охунзода Н.К. состоит из введения, пяти глав, выводов и списка литературы.

Во *введении* обосновывается актуальность выбранной темы, уточняется объект и предмет исследования, цель и задачи диссертационной работы, описываются применяемые методы, указывается научная новизна, теоретическая и практическая значимость результатов.

В *главе 1* проводится обзор и анализ работ, близких к теме исследования и раскрывается степень изученности данной научной темы. Из проведенного анализа следует, что обыкновенные дифференциальные уравнения высоких порядков с переменными коэффициентами, специальных типов, имеющие три и более сингулярные точки одного порядка, исследованы мало, а случаи, когда в указанных уравнениях сингулярные точки имеют разные порядки, остаются неизученными. Это стало основанием для выбора темы диссертации.

В *главе 2* изучаются уравнения типа (1) с двумя граничными и внутренней сингулярными или слабо сингулярными точками.

В главе 3 изучается уравнение типа (1) с тремя внутренними сверхсингулярными точками.

В главе 4 изучается уравнение типа (1) с одной левой граничной слабо сингулярной и двумя внутренними сингулярными точками.

Глава 2 состоит из четырёх параграфов, а главы 3 и 4 из двух параграфов. В первом и третьем параграфах главы 2 и первом параграфе глав 3 и 4 диссертантом находится интегральное представление общего решения рассматриваемого уравнения, зависящее от n произвольных постоянных, изучаются свойства полученных представлений, показывается возможность рассмотрения и использования их в четырёх равносильных формах, находятся формулы обращения представлений и изучается поведение решений уравнений в окрестности особых точек.

Во втором и четвёртом параграфах главы 2 и втором параграфе глав 3 и 4 полученные интегральные представления общего решения рассматриваемых уравнений применяются для исследования задач типов Коши – Рикье и задача типа линейного сопряжения с условиями в особых точках. Доказана безусловная однозначная разрешимость задач Коши – Рикье и получена явная формула для их решения. Получены заключения о разрешимости и однозначной разрешимости задач типа линейного сопряжения.

В главе 5 проводится обсуждение полученных в диссертации результатов.

Научная и практическая значимость результатов диссертации

Результаты, полученные в диссертации, имеют теоретический характер, они могут быть применены при изучении более общих обыкновенных дифференциальных уравнений со многими особыми точками разного порядка, а также дифференциальных уравнений в частных производных, имеющих особенности разного порядка в коэффициентах.

Материал диссертации может быть использован при чтении специальных курсов для студентов и магистрантов математических специальностей вузов.

Публикация результатов исследования по теме диссертации

Содержание диссертации отражен в 16 опубликованных работах автора, в том числе в 5 изданиях из перечня рецензируемых журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК РФ. Результаты прошли вполне достаточную апробацию в международных и республиканских конференциях, а также семинарах.

Соответствие диссертации требованиям Комиссии

Автореферат отражает основное содержание диссертации.

Диссертация и автореферат соответствуют требованиям Порядка присуждения ученых степеней ВАК при Президенте Республики Таджикистан, утвержденного постановлением Правительства Республики Таджикистан, №267 от 30 июня 2021 г..

Замечания по содержанию и оформлению работы

Несмотря на это, в диссертации и автореферате имеются некоторые технические недостатки, допущены некоторые ошибки грамматического и стилистического характера.

1. В диссертации в формуле (4.2) перед выражением $u_{p_1, b_1}^{\alpha_1, +}(\xi)$ поставлен лишний знак «-»;

2. В автореферате в условиях задачи 6 в последних двух слагаемых внутри суммы в степени оператора $A_{(a), (b)}$ вместо «j» написано «s».

Разумеется, отмеченные замечания носят частный характер и ни в коем случае не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы Охунзода Н.К.

Недостатков, ставящих под сомнение справедливость какого-либо результата, в диссертации не обнаружено.

Заключение по диссертации

Считаем, что диссертационная работа Охунзода Нозимджона Кобила

Интегральное представление решений и граничные задачи для некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений специального типа с тремя слабо сингулярными, сингулярными или сверхсингулярными точками

по актуальности темы исследования, новизне, достоверности и степени обоснованности научных положений и выводов соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а также соответствует требованиям п. 31, 33, 34 и 35 Порядка присуждения ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Республики Таджикистан №267 от 30 июня 2021 г., а её автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Профессор кафедры Высшей математики

"Национального исследовательского университета "Московский
энергетический институт"

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 -
дифференциальные

уравнения, динамические системы и оптимальное управление



Расулов Абдурауф Бабаджанович

25 08 2025г.

Адрес: 111673, Россия, г. Москва,
ул. Новокосинская, 10 корпус 1, кв. 164



Подпись удостоверяю

ЗАМЕСТИТЕЛЬ НАЧАЛЬНИКА
ПО РАБОТЕ С ПЕРСОНАЛОМ
А.И. ПОЛЕВАЯ

Тел.: +7 925 897 – 77 – 75
E-mail: Rasulzoda55@gmail.com

Подпись Расулова А.Б. подтверждаю:
начальник управления по работе с персоналом
НИУ «МЭИ»»

Савин Никита Георгиевич

Сведения об организации

Полное наименование:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский университет "МЭИ"
Сокращённое наименование: ФГБОУ ВО "НИУ "МЭИ"

Адрес: 111250, г. Москва, ул. Красноказарменная, д.14

Телефон: +7 495 362-75-60, +7 495 362-72-78

Email: universe@mpei.ac.ru

Факс: +7 495 362-89-38

Адрес в сети Интернет: <http://kafvmsrv.mpei.ac.ru>

Адрес электронной почты: VM@mpei.ru, RasulovAB@mpei.ru